

## ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ ΣΧΟΛΗ ΓΕΩΠΟΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

### ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΠΟΝΙΑΣ ΙΧΘΥΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΥΔΑΤΙΝΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

#### ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

#### ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**«Ανάλυση Χρονοσειρών των Ποιοτικών και Ποσοτικών Παραμέτρων  
των Υδάτων Ποταμών και Υδατορευμάτων  
με τη Χρήση Μοντέλων ARIMA»**



**ΑΝΤΩΝΙΟΣ Γ. ΣΕΝΤΑΣ**

**ΒΟΛΟΣ 2007**  
**«Ανάλυση Χρονοσειρών των Ποιοτικών και Ποσοτικών Παραμέτρων  
των Υδάτων Ποταμών και Υδατορευμάτων  
με τη Χρήση Μοντέλων ARIMA»**

**Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή**

- Άρης Ψιλοβίκος, Λέκτορας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Επιβλέπων
- Μάριος Σαπουντζής, Λέκτορας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Μέλος
- Δήμος Γεώργιος, Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Μέλος

*Αφιερώνεται στους γονείς μου  
Γιώργο και Ευθυμία  
και στον αδελφό μου  
Παναγιώτη*



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος «Αειφορική διαχείριση υδατικού περιβάλλοντος» του τμήματος Γεωπονίας και Ιχθυοκαλλιέργειας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή κ. Άρη Ψιλοβίκο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε αναθέτοντάς μου την εργασία αυτή. Επίσης για την παροχή πολύτιμης βοήθειας και καθοδήγησης καθ' όλη τη διάρκεια συγγραφής της μεταπτυχιακής διατριβής. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω το σύνολο των καθηγητών μου για την εμπιστοσύνη και τις ανεκτίμητες γνώσεις που μου παρείχαν κατά τη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς και τον αδελφό μου για την συνεχή ηθική συμπαράστασή τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου, καθώς και τους φίλους και συμφοιτητές για τη συναδελφική αλληλεγγύη.

Σέντας Αντώνης  
2007

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το τότε Ελληνικό Υπουργείο Γεωργίας και νυν Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης και Τροφίμων έχει αναπτύξει εδώ και αρκετά χρόνια ένα σύστημα παρακολούθησης της ποιότητας των επιφανειακών εσωτερικών υδάτων της χώρας. Το σύστημα περιλαμβάνει πολλούς σταθμούς δειγματοληψιών με ικανοποιητική γεωγραφική διασπορά. Οι παράμετροι που παρακολουθούνται καταμετρούνται σε μηνιαία βάση. Το πρόγραμμα άρχισε το 1974 και έτσι σήμερα υπάρχει μεγάλος όγκος δεδομένων. Για την εκτίμηση της φυσικοχημικής κατάστασης των υδάτων του ποταμού Πηνειού στους σταθμούς δειγματοληψίας Υδατόπυργου και Πυργετού εκλέχθηκαν 9 παράμετροι. Αυτές είναι η παροχή (Q), η ηλεκτρική αγωγιμότητα (EC), η ενεργός οξύτητα (PH), η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου (DO), η συγκέντρωση των νιτρικών ( $NO_3^-$ ), η συγκέντρωση του ολικού φωσφόρου (TP), η θερμοκρασία των υδάτων (T), το ποσοστό κορεσμού του διαλυμένου οξυγόνου (%) και τα αμμωνιακά ( $NH_3$ ). Οι παράμετροι αυτοί ορίζονται στην οδηγία 2000 του Ευρωπαϊκού Κοινοβουλίου και του Συμβουλίου για την ποιότητα των υδάτων στην Ευρωπαϊκή Ένωση.

Τα γραμμικά μοντέλα ARIMA της ανάλυσης χρονοσειρών, χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση μοντέλων που προσαρμόζονται στις παραμέτρους που αναφέρθηκαν. Έγινε συμπλήρωση των κενών στα δεδομένα, προσαρμόστηκαν γραμμικά μοντέλα ARIMA με τη μέθοδο Box and Jenkins, ελέγχθηκαν ως προς την προσαρμογή τους με χρήση του test Kolmogorov-Smirnov (K-S test), του Q-Q plot και του test Ljung-Box. Έγινε έλεγχος τάσης με προσαρμογή ευθείας παλινδρόμησης, αναζητήθηκαν συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων και τέλος ένα από τα παραπάνω μοντέλα χρησιμοποιήθηκε για πρόβλεψη.

Το πρώτο κεφάλαιο περιλαμβάνει όλη τη βιβλιογραφία που αναφέρεται στη χρήση των μοντέλων ARIMA στην υδρολογία. Επίσης περιγράφονται γενικά χαρακτηριστικά της ποιότητας και των παραμέτρων του νερού.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην περιοχή μελέτης, περιγράφονται αναλυτικά οι παράμετροι που μοντελοποιούνται, παρουσιάζεται η θεωρία των μοντέλων ARIMA και τέλος περιγράφεται το στατιστικό πακέτο SPSS που χρησιμοποιήθηκε.

Στο κεφάλαιο τρία περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα τα οποία οδηγούν στη δημιουργία των μοντέλων (αναζήτηση, εκτίμηση, έλεγχος), για κάθε μια από τις παραμέτρους. Ελέγχεται η ύπαρξη τάσης, βρίσκονται οι συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων και τέλος δίνεται ένα παράδειγμα πρόβλεψης μιας παραμέτρου, βάση του μοντέλου που προσαρμόσαμε.

Τέλος αναφέρονται και σχολιάζονται τα συμπεράσματα που εξάγονται από την ανάλυση των χρονοσειρών των ποιοτικών και ποσοτικών παραμέτρων του Πηνειού ποταμού.

**Λέξεις κλειδιά:** Στοχαστικά μοντέλα ARIMA, Πηνειός ποταμός, Υδρολογικά μοντέλα, Υδρολογικές παράμετροι, Υδατικοί πόροι, Προσομοίωση.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....</b>	<b>5</b>
<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....</b>	<b>7</b>

### Κεφάλαιο

### Σελίδα

<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>13</b>
1.1 Ποιότητα του νερού.....	15
1.2 Παράμετροι που καθορίζουν την ποιότητα του νερού.....	19
1.3 Χρήση των μοντέλων ARIMA στην περιβαλλοντική υδρολογία.....	20
Τα στοχαστικά μοντέλα στην υδρολογία.....	21
Στάδια ανάπτυξης στοχαστικών μοντέλων.....	22
Μοντέλα χρονοσειρών στην υδρολογία.....	26
<b>2.ΥΔΙΚΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ.....</b>	<b>27</b>
Εισαγωγή.....	27
2.1 Πηνειός ποταμός.....	27
Περιοχή μελέτης.....	28
Χλωρίδα και πανίδα του Πηνειού ποταμού.....	33
Γεωλογικά και γεωγραφικά στοιχεία.....	36
Κλιματολογικές συνθήκες της Θεσσαλίας.....	37
2.2 Ποιοτικές παράμετροι νερού.....	40
2.2.1 Φυσικές παράμετροι.....	40
Ηλεκτρική αγωγιμότητα.....	40

Ενεργός οξύτητα (pH).....	43
Θερμοκρασία.....	47
2.2.2 Χημικοί παράμετροι.....	47
Διαλυμένο οξυγόνο.....	47
2.2.3 Θρεπτικά.....	50
Γενικά.....	50
Άζωτο.....	51
Φωσφόρος.....	54
2.3 Στοχαστικά μοντέλα χρονοσειρών.....	59
2.3.1 Εισαγωγή στις χρονοσειρές.....	59
Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF).....	60
Συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF).....	63
Δοκιμές τυχαιότητας.....	64
(A) Συντελεστής Συσχέτισης Βαθμού Spearman.....	66
(B) Συντελεστής Συσχέτισης Βαθμού Kendall.....	67
(Γ) Δοκιμή Ροών (Τάση και Εποχικότητα).....	68
(Δ) Δοκιμή Ροών Ανερχόμενων και Κατερχόμενων Παρατηρήσεων.....	69
(E) Δοκιμή Αυτοσυσχέτισης.....	69
Η ιδιότητα της στασιμότητας.....	70
Έλεγχος και απαλοιφή της τάσης.....	71
Έλεγχος στασιμότητας της διασποράς.....	72
2.3.2 Γραμμικά στάσιμα μοντέλα χρονοσειρών.....	72
Αυτοπαλινδρομούμενα μοντέλα τάξης $p$ ( $AR(p)$ ).....	73
Κινούμενου μέσου μοντέλα τάξης $q$ ( $MA(q)$ ).....	73

Το μεικτό μοντέλο $ARMA(p, q)$ .....	74
Έλεγχος καταλληλότητας του μοντέλου.....	75
Εύρεση τάξης του μοντέλου.....	75
2.3.3 Γραμμικά μη στάσιμα μοντέλα χρονοσειρών.....	76
Τα ολοκληρωμένα μεικτά μοντέλα ( $ARIMA(p, d, q)$ ).....	76
Εκτίμηση των παραμέτρων ενός $ARIMA$ μοντέλου.....	77
Εποχικά μοντέλα $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ ή $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$	80
2.4 Στατιστικό πακέτο SPSS.....	81
<b>3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>88</b>
Εισαγωγή.....	88
3.1.1 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου παροχή.....	90
3.1.2 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου ηλ. Αγωγιμότητα.....	100
3.1.3 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου pH.....	104
3.1.4 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου θερμοκρασία.....	110
3.1.5 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο.....	116
3.1.6 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου ποσοστό κορεσμού του διαλυμένου οξυγόνου.....	121
3.1.7 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου νιτρικά.....	127
3.1.8 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου αμμωνιακά.....	131
3.1.9 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου ολικός φωσφόρος P.....	137
3.2 Ανάλυση της τάσης των παραμέτρων.....	142
Παράμετρος pH.....	147
Παράμετρος Θερμοκρασία.....	144
Διαλυμένο οξυγόνο.....	145

Παράμετρος ποσοστό κορεσμού διαλυμένου οξυγόνου.....	147
Παράμετρος παροχή.....	149
3.3 Συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων.....	150
3.4 Χρήση των μοντέλων ARIMA για πρόβλεψη.....	153
<b>4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....</b>	<b>156</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>161</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>164</b>

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

---

Για να σχεδιαστούν τα προγράμματα αειφορικής διαχείρισης των υδατικών πόρων, είναι απαραίτητη η συστηματική μέτρηση και καταγραφή των μεταβλητών που περιγράφουν την ποιότητα των επιφανειακών υδάτων σε μια υδρολογική λεκάνη. Λόγω των προβλημάτων ρύπανσης του νερού, που εμφανίστηκαν στις ανεπτυγμένες χώρες στη δεκαετία του '50, η παρακολούθηση της ποιότητας του νερού έχει καθιερωθεί νομοθετικά. Έχουν δημιουργηθεί τράπεζες δεδομένων, των οποίων η αναλυτική στατιστική επεξεργασία τεκμηρίωσε μια σειρά από προτάσεις και μέτρα θεραπείας, προστασίας, διατήρησης, διαχείρισης και προπάντων πρόληψης της υποβάθμισης της ποιότητας του νερού.

Η εκτίμηση της ποιότητας του νερού από τα δεδομένα μακροχρόνιων μετρήσεων σε θέσεις των ποταμών γίνεται με στατιστική ανάλυση των δεδομένων των διαφόρων μεταβλητών ποιότητας χρησιμοποιώντας τις μεθόδους της περιγραφικής και συμπερασματικής στατιστικής ή με στοχαστικά μοντέλα που βασίζονται στην ιστορία των παραμέτρων και λαμβάνουν υπόψη την αβεβαιότητα των μετρήσεων και την τυχαιότητα των παραμέτρων αυτών (Μήτσιου κ.α., 1999; Antonopoulos et al. 2001)

Στην Ελλάδα η ποιότητα των επιφανειακών νερών άρχισε να παρουσιάζει ενδιαφέρον μετά την κατασκευή των μεγάλων εγχειοβελτιωτικών έργων των πεδιάδων Θεσσαλονίκης (τέως λίμνη Γιαννιτσών), Σερρών και Δράμας. Το



Υπουργείο Γεωργίας από το 1971, άρχισε το «Πρόγραμμα εκτέλεσης ελέγχου ποιότητας αρδευτικών υδάτων» στα μεγάλα ποτάμια της Βόρειας Ελλάδας. Έξι από τους σταθμούς μετρήσεων στα ποτάμια εντάχθηκαν τα επόμενα χρόνια στις Κοινοτικές Οδηγίες 77/795, 81/856 και 86/574 «Περί ανταλλαγής πληροφοριών για την ποιότητα των επιφανειακών νερών στην Κοινότητα» (Ευρωπαϊκή Επιτροπή, 1994), ενώ και άλλοι φορείς, όπως το Υ.ΠΕ.ΧΩ.Δ.Ε. η ΔΕΗ κ.α., εγκατέστησαν άλλους σταθμούς μέτρησης των ποσοτικών και ποιοτικών παραμέτρων των επιφανειακών νερών.

Με τη βοήθεια της κατάλληλης στατιστικής διερεύνησης, τα στοιχεία των μετρήσεων αυτών αποκτούν σημασία. Έτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους επιστήμονες των υδατικών πόρων για την εξαγωγή συνολικών και ειδικών συμπερασμάτων και διατύπωση προτάσεων. Οι προτάσεις αυτές αποτελούν τη βάση του προγραμματισμού της ορθολογικής διαχείρισης των υδατικών πόρων.

Εδώ και πολλά χρόνια, η μελέτη των νερών των ποταμών έχει απασχολήσει τους επιστήμονες. Η μελέτη αυτή αναφέρεται στη στατιστική ανάλυση και διερεύνηση σχέσεων συσχέτισης των ποιοτικών παραμέτρων και της παροχής (Edwards, 1973; Carbonnel and Meybeck, 1975; Pinol et al., 1992) και στην προσομοίωση των χρονοσειρών με στοχαστικά μοντέλα ARIMA (Antonopoulos and Papamichail, 1991; Papamichail and Antonopoulos, 1998) και SARIMA (Αργυρόπουλος και Γκανούλης, 1992, 1993; Yurekli K., et al., 2005).

Στη χώρα μας έχουν δημοσιευτεί εργασίες που αναφέρονται στη μελέτη χρονικών σειρών των μηνιαίων τιμών των ποιοτικών παραμέτρων, είτε με τη διερεύνηση σχέσεων μεταξύ της παροχής και των ποιοτικών παραμέτρων του νερού (Αντωνόπουλος, 1982; Αντωνόπουλος και Τσιούρης, 1991), είτε με την προσαρμογή κατανομών πιθανότητας και τη διερεύνηση μοντέλων συσχέτισης των ποιοτικών

παραμέτρων και της παροχής, είτε τέλος με την προσομοίωση των χρονοσειρών με στοχαστικά μοντέλα (Antonopoulos and Papamichail, 1991; Αργυρόπουλος και Γκανούλης, 1992).

Επίσης, έχουν δημοσιευθεί εργασίες που αναφέρονται στη στατιστική διερεύνηση των χρονοσειρών ποιοτικών παραμέτρων του νερού συγκεκριμένων ποταμών της χώρας μας. Όπως για τον ποταμό Στρυμόνα (Μήτσιου, κ.α., 2000) και για το ποταμό Νέστο (Psilovikos, et al., 2006).

Στην παρούσα εργασία η περιοχή μελέτης μας είναι ο Πηνειός ποταμός, που είναι ένας από τους σημαντικότερους και μεγαλύτερους ποταμούς της Ελλάδας, ο οποίος διασχίζει την Θεσσαλική πεδιάδα. Η σημαντικότητά του έγκειται στην πλούσια χλωρίδα και πανίδα που παρουσιάζει σε όλο το μήκος, στους παραποτάμους και στο δέλτα του, όπως επίσης και η πολλαπλή χρήση του για άρδευση και ύδρευση μεγάλων κτηνοτροφικών και γεωργικών εκτάσεων.

Το θέμα της παρούσας έρευνας διαπραγματεύεται την προσαρμογή στοχαστικών ARIMA μοντέλων σε εννέα παραμέτρους των υδάτων του ποταμού Πηνειού. Δευτερεύοντες σκοποί που περιλαμβάνονται στην ευρύτερη έννοια της αξιοποίησης των στοιχείων-δεδομένων είναι:

1. η συμπλήρωση των δεδομένων
2. η αναζήτηση τάσης
3. η αναζήτηση εποχικότητας
4. η εύρεση συσχετισμών μεταξύ των παραμέτρων που εξετάσαμε
5. η πρόβλεψη και τέλος
6. η ορθολογική – αειφορική διαχείριση.

## 1.1 Ποιότητα του νερού

Η έννοια της ποιότητας του νερού δεν εμπίπτει σε κάποιο αυστηρό πλαίσιο όρων. Μάλλον είναι περισσότερο μια αυθαίρετη έννοια η οποία εξαρτάται από τα υποκειμενικά κριτήρια των χρήσεων του νερού. Έτσι ένας γενικός ορισμός που έχει δοθεί για την ποιότητα του νερού είναι ο εξής:

*«Η συγκεκριμένη ποιότητα νερού, η οποία απαιτείται για κάθε χρήση του, περιγράφεται από μία σειρά μεταβλητών, η οποία περιλαμβάνει τα χημικά συστατικά του νερού, τις φυσικοχημικές του ιδιότητες και τα βιολογικά του χαρακτηριστικά»* (Αντωνόπουλος 1995).

Παραδοσιακά η εκτίμηση της ποιότητας του νερού βασιζόταν σε φυσικοχημικές μετρήσεις ανόργανων και οργανικών ουσιών που περιέχονται σε αυτό. Άλλες μετρήσεις που αφορούν τις ποσοτικές παραμέτρους του νερού και τη φυσική κατάσταση των υδάτινων σωμάτων, μόνο πρόσφατα έχουν προσδιοριστεί ως εξίσου σημαντικές για τον προσδιορισμό της οικολογικής ποιότητας των υδάτινων σωμάτων.

Η σχέση μεταξύ της ποσότητας και της ποιότητας του νερού είναι εξαιρετικά πολύπλοκη. Ενέργειες που οδηγούν στη μείωση της ποσότητας του νερού μπορεί να έχουν θετική ή αρνητική επίδραση στην ποιότητα του νερού.

Η απαίτηση για νερό έχει αυξηθεί σε συνδυασμό με τις ανάγκες για βιομηχανική και οικιακή χρήση. Εκτός από αυτές τις χρήσεις υπάρχουν και άλλες οι οποίες αποκτούν ολοένα και μεγαλύτερη βαρύτητα. Όπως είναι, βελτίωση της προσωπικής υγιεινής, αρδευτικές και κτηνοτροφικές ανάγκες, νερό για παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας, για ψυχαγωγικούς σκοπούς κτλ. Όλες αυτές οι χρήσεις έχουν ως αποτέλεσμα λιγότερο ή περισσότερο να επηρεάζεται η ποιότητα του νερού και σε συνδυασμό με τα απόβλητα πόλεων, την αύξηση των χρησιμοποιούμενων

ποσοτήτων λιπασμάτων στη γεωργία και τα ατυχήματα, να οδηγούν στην υποβάθμιση των υδατικών συστημάτων.

Η επιτάχυνση της υποβάθμισης της ποιότητας του νερού οδήγησε στην ανάγκη καλύτερης κατανόησης της κατάστασής του ώστε να παρθούν τα αναγκαία μέτρα. Αυτό επιτεύχθηκε με την χρησιμοποίηση ολοένα και περισσότερων παραμέτρων ή μεταβλητών που περιγράφουν την ποιότητα του νερού ενός υδάτινου σώματος και οι οποίες συνεχώς αυξάνουν και βελτιώνονται.

Για κάθε κατηγορία χρήσης νερού έχουν αναπτυχθεί διαφορετικές μέθοδοι περιγραφής και μέτρησης της ποιότητάς του. Έτσι για τον προσδιορισμό της καταλληλότητας του πόσιμου νερού και του νερού οικιακής χρήσης, μετράται το πλήθος μιας σειράς δεικτών μικροοργανισμών. Για το νερό της γεωργίας αναπτύχθηκε και χρησιμοποιείται μια ειδική σύνθετη ιονική μεταβλητή, η αναλογία προσροφημένου νατρίου (SAR), η οποία προβλέπει το βαθμό (ρυθμό) περατότητας και διήθησης του νερού στο έδαφος. Για τη διαχείριση των λεκανών των ποταμών και τον έλεγχο της ρύπανσης των νερών τους, χρησιμοποιήθηκαν επί πολλές δεκαετίες οι μεταβλητές;

- Βιοχημικά απαιτούμενο οξυγόνο (BOD) και
- χημικά απαιτούμενο οξυγόνο (COD)

Οι μεταβλητές αυτές ορίζουν ποσοτικά την κατάσταση των λυμάτων και την ακολουθούσα διαδικασία αποικοδόμησης στο ποτάμι. Η παρουσία αδρομερών αιωρούμενων υλικών περιπλέκει περισσότερο την κατάσταση και μπορεί να μεταβάλλει κατά πολύ τη συγκέντρωση και τη συμπεριφορά των ρύπων και των μικροβίων.

Οι ρύποι στους αποδέκτες συχνά διακρίνονται σε συντηρητικούς και μη συντηρητικούς (conservation or non-conservative). Συντηρητική είναι μια ουσία της

οποίας η συγκέντρωση είναι απευθείας ανάλογη με την έκταση της αραίωσης, π.χ. η ουσία δεν αποσυντίθεται, δεν μεταβάλλεται χημικά ή απομακρύνεται φυσικά σαν αποτέλεσμα φυσικών διεργασιών. Τα χλωριόντα είναι ένα καλό παράδειγμα συντηρητικής ουσίας (Αντωνόπουλος 2003). Μη συντηρητική ουσία είναι αυτή που μπορεί να βρεθεί κάτω από χημικές, βιολογικές ή φυσικές διαδικασίες (άλλες από την αραίωση) που τείνουν να τη μεταβάλλουν ή να την απομακρύνουν από το διάλυμα ή μίγμα. Η αμμωνία για παράδειγμα, μπορεί να οξειδωθεί βιοχημικά σε νιτρικά, μετά να αφομοιωθεί από τα φύκη και τελικά να καταναλωθεί από τα ζωντανά ζώα.

Οι χημικές ουσίες (φυσικής και ανθρωπογενούς προέλευσης), οι οποίες περιέχονται στο νερό, δεν χαρακτηρίζονται μόνο από τη συγκέντρωσή τους και τη χημική τους ιδιαιτερότητα, αλλά και από την εμμονή τους μέσα στο υδατικό περιβάλλον. Υπάρχουν συστατικά τα οποία διατηρούνται πιο πολύ, όπως τα χλωριούχα και τα οργανοχλωριούχα φυτοφάρμακα, υπάρχουν άλλα π.χ. βαρέα μέταλλα, τα οποία επηρεάζονται από φυσικοχημικές διαδικασίες, όπως συσσωμάτωση και ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα και άλλα, τα οποία μεταβάλλονται με τις βιοχημικές διαδικασίες διάσπασης, όπως τα αμινοξέα και τα απορρυπαντικά. Στον υπολογισμό της αξίας των ουσιών σημαντικό ρόλο παίζουν εκτός από τις χημικές τους ιδιότητες, η βιοδιαθεσιμότητά τους και η επίδραση τους στον υδάτινο βίοκοσμο. Επιπλέον τα θρεπτικά συστατικά, όπως ο φωσφόρος και το άζωτο, είναι κρίσιμης σημασίας, από την άποψη αυτή.

Με βάση πρακτικές μελέτες επί των απαιτήσεων ανάλογα με τη χρήση του νερού, τα προβλήματα ρύπανσης, της επίδρασης στην ανθρώπινη υγεία κ.α. οι ποιοτικές μεταβλητές του νερού κατατάσσονται στις εξής κατηγορίες (Meybeck et al., 1990).

- Μικροβιολογικοί οργανισμοί δείκτες, οι οποίοι σχετίζονται με την ανθρώπινη υγεία.
- Αδρομερή υλικά, τα οποία έχουν μεγάλη σημασία για τα επιφανειακά νερά και τις χρήσεις τους.
- Δείκτες οργανικής ρύπανσης οι οποίοι σχετίζονται με τα επιφανειακά νερά και τις χρήσεις τους.
- Θρεπτικά συστατικά, τα οποία είναι παράγοντες κλειδιά για την υδρόβια ζωή και τις χρήσεις του νερού.
- Αλατότητα και συγκεκριμένα ιόντα, τα οποία συνιστούν σημαντικούς παράγοντες στον καθορισμό της καταλληλότητας των υδατικών πόρων για τις περισσότερες χρήσεις.
- Ανόργανοι μικρορύποι, οι οποίοι έχουν δυσμενείς επιδράσεις στην ανθρώπινη και υδρόβια ζωή.
- Οξίνιση, η οποία προέρχεται από όξινα ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα και επηρεάζει τα επιφανειακά και υπόγεια νερά.
- Νιτρικά τα οποία σχετίζονται με την ανθρώπινη υγεία.

Συμπερασματικά λοιπόν όσο αφορά την αποτίμηση της ποιότητας των υδάτων τη μεγαλύτερη βαρύτητα έχουν οι παρακάτω παρατηρήσεις.

1. Ο βαθμός της ποιότητας του νερού διαφέρει, ανάλογα με την χρήση του νερού.
2. Η ποσότητα του νερού και η ποιότητα του νερού συνδέονται στενά.

## 1.2 Παράμετροι που καθορίζουν την ποιότητα του νερού.

Η ποιότητα του νερού περιγράφεται γενικά από ένα μεγάλο αριθμό παραμέτρων, που καλύπτουν τα κύρια χημικά στοιχεία και ενώσεις, τις φυσικοχημικές ιδιότητες και τα βιολογικά υλικά. Ο αριθμός των παραμέτρων δεν είναι σταθερός, αλλά εξαρτάται από τη χρήση του νερού, ενώ μεταβάλλεται με το χρόνο, όταν διαπιστωθεί ότι κάποιο συστατικό μπορεί να προκαλέσει πρόβλημα στους χρήστες του νερού. Τα τελευταία χρόνια υπάρχει παραγωγή και διάθεση νέων χημικών ουσιών στο περιβάλλον, όπως διαλύτες, βαρέα μέταλλα και αγροχημικά. Έτσι οδηγούμαστε στην ανάγκη διερεύνησης του καταλόγου των παραμέτρων που καθορίζουν την ποιότητα του νερού.

Στα επιφανειακά νερά μπορούν να βρεθούν ουσίες που διακρίνονται σε: α) επιπλέουσες ουσίες ή υλικά, όπως τα λάδια, τα λίπη, οι αφροί και άλλα στερεά, που είναι πιο ελαφριά από το νερό, β) αιωρούμενα υλικά που είναι αδιάλυτα υλικά και ουσίες που βρίσκονται αιωρούμενα μέσα στον όγκο του νερού, όπως τα αδιάλυτα εδαφικά υλικά και γ) διαλυμένες ουσίες, που είναι οργανικές και ανόργανες διαλυμένες στο νερό, όπως τα οξέα, αλκάλια, βαρέα μέταλλα, φυτοφάρμακα, κυανιούχα και άλλες τοξικές ουσίες (Αντωνόπουλος, 2003).

Ανάλογα με τις ιδιότητες τους τα χαρακτηριστικά του νερού διακρίνονται σε φυσικά, χημικά και βιολογικά. Στις φυσικές παραμέτρους περιλαμβάνονται τα χαρακτηριστικά του νερού που αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος με τις αισθήσεις του, την όραση, την αφή, τη γεύση και την οσμή. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τα αιωρούμενα στερεά, η θερμοκρασία, το χρώμα, η γεύση και η οσμή. Η θερμοκρασία ελέγχει την ανάπτυξη όλων των μορφών της υδρόβιας ζωής, τη διαλυτότητα και την καταβύθιση των ανόργανων και οργανικών ουσιών. Το χρώμα επηρεάζει τη βιολογική δραστηριότητα των μικροοργανισμών και τη διείσδυση του ηλιακού φωτός

στη μάζα του νερού και είναι επίσης δείκτης της παρουσίας ανεπιθύμητων διαλυμένων και αιωρούμενων ουσιών. Η γεύση και η οσμή είναι σημαντικοί δείκτες των ανεπιθύμητων ουσιών.

Στις χημικές ουσίες περιλαμβάνονται το pH, η αλκαλικότητα, η σκληρότητα, οι χημικές ουσίες που διαλύονται στο νερό, όπως τα ολικά διαλυμένα στερεά, τα μέταλλα, οι οργανικές ουσίες και τα θρεπτικά στοιχεία.

Στις βιολογικές παραμέτρους περιλαμβάνονται τα βακτήρια, οι μύκητες, τα φύκη, τα φυτά και τα ζώα. Τα βακτήρια και οι μύκητες έχουν παρόμοια δράση στην αποικοδόμηση των οργανικών υλικών στο νερό. Τα φύκη σε μεγάλες συγκεντρώσεις μπορεί να προκαλέσουν λόγω της ετεροτροφίας τους, έλλειψη οξυγόνου και προβλήματα γεύσης, οσμών και να μεταβάλλουν την αισθητική κατάσταση του νερού.

Οι φυσικοχημικές παράμετροι που αφορούν την παρούσα μελέτη είναι οι ακόλουθες: παροχή (Q), ποσοστό κορεσμού διαλυμένου οξυγόνου (%), ηλεκτρική αγωγιμότητα (EC), νιτρικά ( $NO_3^-$ ), ενεργός οξύτητα (pH), αμμωνιακά ( $NH_3$ ), θερμοκρασία (T), συγκέντρωση ολικού φωσφόρου (TP) , συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου (DO).

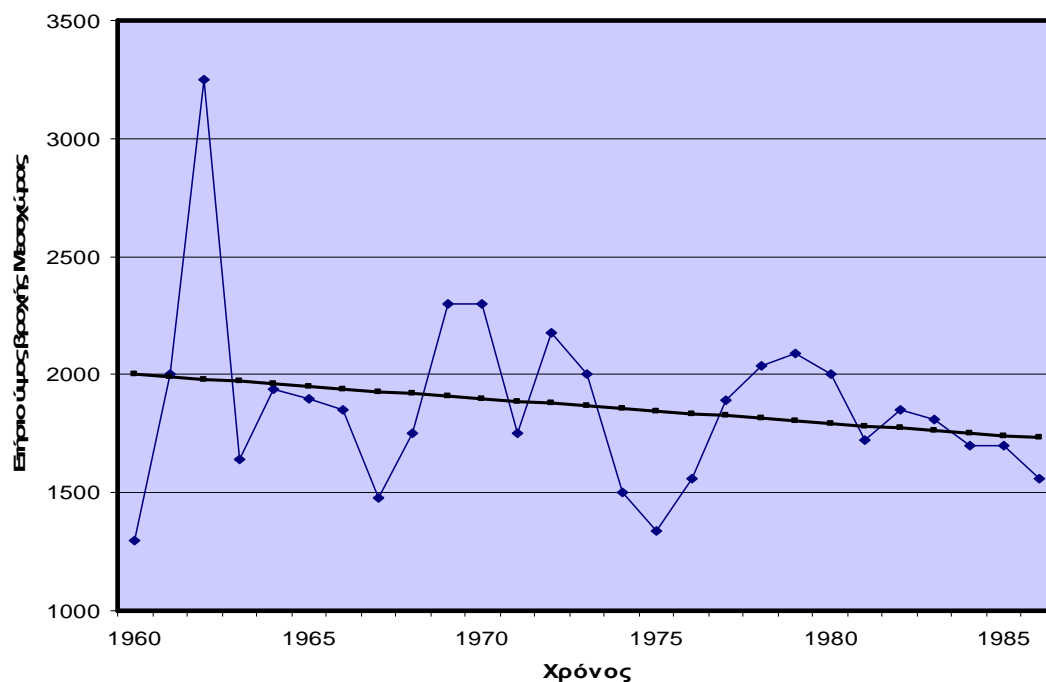
### **1.3 Χρήση των μοντέλων ARIMA στην περιβαλλοντική υδρολογία**

Οι διαδοχικές παρατηρήσεις μιας υδρολογικής μεταβλητής (π.χ. παροχής) δεν είναι συνήθως ανεξάρτητες από τις προηγούμενες παρατηρήσεις. Λόγω αυτής της έλλειψης ανεξαρτησίας, οι ιδιότητες των χρονοσειρών δεν μπορούν να αναλυθούν με βάση τη θεωρία των κατανομών πιθανότητας αλλά χρειάζονται πολυπλοκότερα στατιστικά μοντέλα.



Το πρώτο βήμα για να αντιληφθούμε τη φύση των προβλημάτων που παρουσιάζει η ανάλυση χρονοσειρών είναι να εξετάσουμε οπτικά μερικές υδρολογικές χρονοσειρές.

Στην εικόνα 1.1 φαίνεται η χρονοσειρά ετησίων υψών βροχής του σταθμού Μεσοχώρας στη λεκάνη του Αχελώου ποταμού. Παρατηρώντας τη σειρά βλέπουμε ότι υπάρχει ένα μέγιστο το έτος 1962. Στα δεδομένα προσαρμόστηκε η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.



Εικόνα 1.1: Ετήσια ύψη βροχής στο σταθμό Μεσοχώρας της λεκάνης του Αχελώου ποταμού

### Τα στοχαστικά μοντέλα στην υδρολογία

Τα στοχαστικά μοντέλα χρησιμοποιούνται ευρύτατα τα τελευταία χρόνια στην ανάλυση των σύνθετων προβλημάτων ποιότητας του νερού των υδατικών συστημάτων και στη διαχείριση των υδατικών πόρων. Στοχαστικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό της σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στα φορτία ρύπανσης και τη διαμορφούμενη ποιότητα νερού που αναμένονται από μία ορισμένη διαχείριση του νερού των συστημάτων και των εισροών τους. Επίσης

χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της πιο σημαντικής από τις παραμέτρους (θερμοκρασία, παροχή, φορτία, ταχύτητα αντιδράσεων κ.τ.λ.) που επηρεάζουν την ποιότητα. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την εκτίμηση αυτή υπάρχει στα πιο σύνθετα συστήματα όπου η ποιότητα εξαρτάται από πολλαπλές πηγές ρύπανσης, τη μεταβλητότητα των γεωμετρικών χαρακτηριστικών, τις μεταβολές της παροχής και άλλους παράγοντες.

Ακόμη στοχαστικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για εκτίμηση μελλοντικών τιμών δηλαδή, για πρόβλεψη. Τα μοντέλα αυτά είναι στοχαστικά διότι επιδέχονται και κάποια σφάλματα για τα οποία ισχύει η υπόθεση ότι είναι ασυσχέτιστα και ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και κάποια διακύμανση.

### **Στάδια ανάπτυξης στοχαστικών μοντέλων**

Τα στάδια που ακολουθούνται κατά την ανάπτυξη ενός στοχαστικού μοντέλου είναι γενικά και τροποποιούνται ανάλογα με τα διαθέσιμα δεδομένα, το είδος και την πολυπλοκότητα του συστήματος. Στον πίνακα 1.1 συνοψίζονται τα βήματα για την ανάπτυξη και την εφαρμογή μοντέλων ποιότητας νερού (U.S.EPA, 1997, από Αντωνόπουλο, 2003).

**Αρχική εκτίμηση.** Περιλαμβάνει το στάδιο της πρώτης εκτίμησης των σχετικών επιπτώσεων των διαφορετικών τύπων φορτίων και πηγών ρύπανσης στις ποιοτικές παραμέτρους του αποδέκτη. Αποτελείται από τη μελέτη της περιοχής και των προβλημάτων ποιότητας νερού, τον προσδιορισμό των αναγκαίων δεδομένων, των πηγών τους και τις μεθόδους απόκτησης τους. Γενικά περιλαμβάνει την επιλογή του μοντέλου από τα διαθέσιμα δεδομένα, που είναι κατάλληλο για το πρόβλημα.

**Μετρήσεις πεδίου.** Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει μετρήσεις των φυσικών χαρακτηριστικών του συστήματος, όπως π.χ. για την ποιότητα του νερού, υδραυλικά χαρακτηριστικά, ταχύτητες, παροχές και χρόνος διαδρομής, μετρήσεις και

δειγματοληψίες για τον προσδιορισμό ποιοτικών στοιχείων των πηγών ρύπανσης και του αποδέκτη.

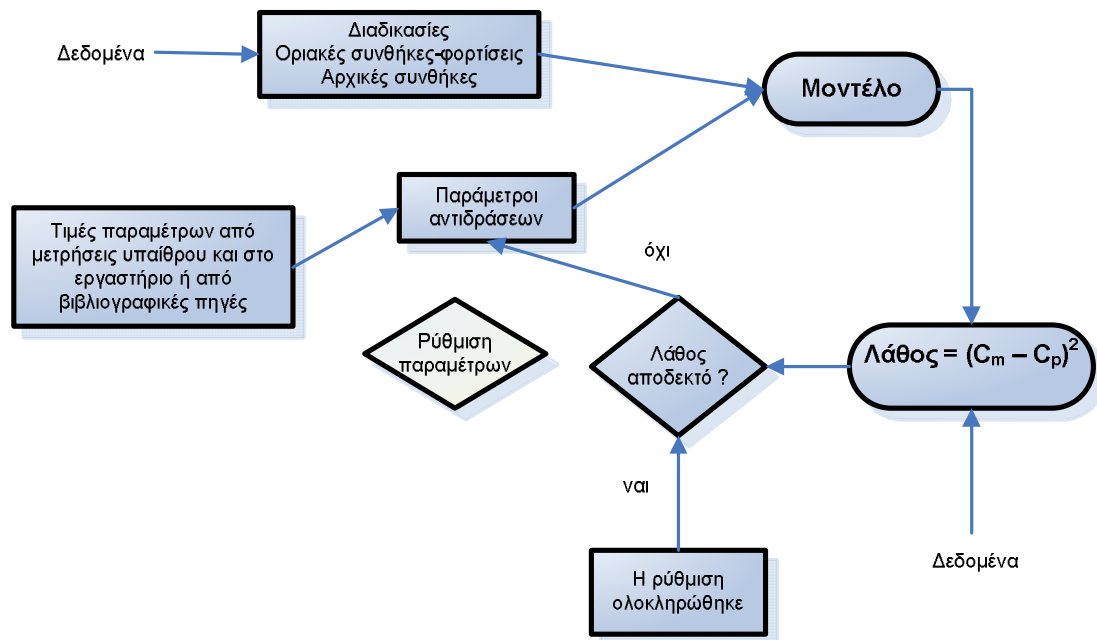
**Πίνακας 1.1** Βήματα για την ανάπτυξη και εφαρμογή μοντέλων ποιότητας νερού.

<b>Αρχική εκτίμηση</b> Περιοχή μελέτης Ανάλυση υπαρχόντων δεδομένων Προκαταρκτική ανάλυση Επιλογή ή σχεδιασμός του μοντέλου
<b>Μετρήσεις και δειγματοληψίες πεδίου</b> Υδραυλικά και γεωργικά στοιχεία Χρόνος διαδρομής ή παραμονής Δειγματοληψίες ποιότητας νερού Καταγραφή πηγών ρύπανσης και μετρήσεις Βιολογικές παράμετροι
<b>Ρύθμιση του μοντέλου</b> Εκτίμηση των συντελεστών του μοντέλου Ανάλυση διαδικασιών και συνιστωσών Ποσοτική σύγκριση μεταξύ αποτελεσμάτων και δεδομένων
<b>Επιβεβαίωση του μοντέλου</b> Προσαρμογή των συντελεστών του μοντέλου Ανάλυση ευαισθησίας Έλεγχος ακρίβειας του μοντέλου
<b>Εφαρμογή του μοντέλου και διαχείριση συστήματος</b> Ανάπτυξη σεναρίων Κατανομή φορτίων λυμάτων Κατανομή φόρτισης Όρια ασφάλειας Ανάλυση αβεβαιότητας

Επίσης περιλαμβάνει μετρήσεις και προσδιορισμούς ποιοτικών παραμέτρων και μεταβλητών, όπως χρόνος διαδρομής ή παραμονής, επαναερισμός, φωτοσύνθεση, νιτροποίηση, ιζηματοποίηση και μπενθική ζήτηση.

**Ρύθμιση του μοντέλου.** Αποτελεί το πρώτο στάδιο ελέγχου και προσαρμογής ενός μοντέλου σε μία ομάδα δεδομένων. Με τη διαδικασία της ρύθμισης (calibration) επιδιώκεται η επίτευξη της καλύτερης προσαρμογής των αποτελεσμάτων στα δεδομένα μεταβάλλοντας τις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για τη ρύθμιση του μοντέλου θα πρέπει να αναφέρονται σε συνθήκες που είναι ανάλογες του προβλήματος που μελετάται. Στο διάγραμμα που

ακολουθεί δίνεται ένας συστηματικός τρόπος που θα μπορούσε να ακολουθηθεί κατά τη φάση της ρύθμισης ενός μοντέλου (Chapra, 1997, από Αντωνόπουλο, 2003).



Εικόνα 1.2 Διάγραμμα της διαδικασίας ρύθμισης των μοντέλων.

**Επαλήθευση και Επιβεβαίωση του μοντέλου.** Η επαλήθευση (verification) και επιβεβαίωση (validation) είναι δύο όροι που έχουν την ίδια σημασία στην καθημερινή πρακτική. Στα στατιστικά μοντέλα όμως υπάρχει διαφορά (Rykiel, 1996). Η επαλήθευση είναι μία διαδικασία απόδειξης ότι το μοντέλο είναι σωστό. Κατά τον Rykiel η επιβεβαίωση περιλαμβάνει έναν έλεγχο ή μία διαδικασία ελέγχου κατά την οποία προκύπτει το πόσο καλά λειτουργεί ένα μοντέλο έτσι που ο χρήστης να μπορεί να αποφασίσει αν το μοντέλο είναι αποδεκτό για το σκοπό που έγινε. Η διαδικασία επιβεβαίωσης περιλαμβάνει από γενικούς ποσοτικούς ελέγχους μέχρι ποσοτικούς ελέγχους με αυστηρούς περιορισμούς. Η επιβεβαίωση είναι η διαδικασία κατά την οποία ελέγχεται η ακρίβεια και δυνατότητα περιγραφής των δεδομένων σε μία ανεξάρτητη ομάδα δεδομένων εισόδου και εξόδου από αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στη ρύθμιση. Ένα μοντέλο επιβεβαιώνει αν τα αποτελέσματά του για ένα εύρος συνθηκών συγκρίνονται ικανοποιητικά με τα πειραματικά δεδομένα.

**Ανάλυση ευαισθησίας.** Αποτελεί μία διαδικασία που έχει σκοπό την κατανόηση της συμπεριφοράς του μοντέλου. Επιτυγχάνεται με την παρακολούθηση των αποτελεσμάτων που προκαλείται από μεταβολή κάθε μίας από τις παραμέτρους (συνήθως με την αύξηση και μείωση της τιμής κατά το ίδιο ποσοστό). Η προκαλούμενη μεταβολή της εξαρτημένης μεταβλητής εκφράζει την ευαισθησία του μοντέλου στις μεταβολές της παραμέτρου. Αν για παράδειγμα η λύση του προβλήματος είναι  $c=f(Q,K,u,C_m)$  και η ανάλυση ευαισθησίας γίνεται ως προς την παράμετρο  $K$ , η μεταβολή της παραμέτρου θα είναι  $K+\Delta K$  και  $K-\Delta K$  και η επίδραση στη λύση εκφράζεται αντίστοιχα  $c(K+\Delta K)$  και  $c(K-\Delta K)$ .

Η **ανάλυση καταλληλότητας** συνίσταται στον υπολογισμό των στατιστικών χαρακτηριστικών των αποτελεσμάτων και εξετάζεται αν ικανοποιείται η απαιτούμενη ακρίβεια (Αντωνόπουλος, 2001). Είναι καλύτερο να επιβεβαιωθεί το μοντέλο με δεδομένα που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί για τη ρύθμιση. Υπάρχουν διάφοροι έλεγχοι για την ανάλυση της καταλληλότητας ενός στοχαστικού μοντέλου όπως π.χ. το μέσο σφάλμα (ME) και το μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE), το σφάλμα του τετραγώνου των αποκλίσεων (RMSE) ή τυπικό σφάλμα, ο συντελεστής προσδιορισμού (CD) και άλλοι.

**Προβλέψεις και έλεγχοι.** Με το κατάλληλο πλέον μοντέλο γίνονται προβλέψεις σύμφωνα με τους στόχους που έχουν τοποθετηθεί. Το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προβλεφθεί η τάση ρύπανσης, να συγκριθούν τα αποτελέσματα μεταξύ διαφόρων σχημάτων αποκατάστασης και ελέγχου, να σχεδιαστούν οι καμπύλες ίσης συγκέντρωσης σε διαφορετικούς χρόνους. Μπορεί ακόμα να θεωρηθεί ως τμήμα ενός μοντέλου διαχείρισης των υδατικών πόρων της περιοχής.

### **Μοντέλα χρονοσειρών στην υδρολογία**

Στην παρούσα εργασία θα περιγράψουμε τα στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσης χρονοσειρών που χρησιμοποιήθηκαν συστηματικά από τους Box and Jenkins (1976), που παρουσίασαν την οικογένεια των γραμμικών στοχαστικών μοντέλων που είναι γνωστά σαν Box-Jenkins ή SARIMA (Seasonal Auto -Regressive Integrated Moving Average) μοντέλα . Τέτοια στοχαστικά ομοιώματα εφαρμόστηκαν στην ανάλυση και την πρόβλεψη υδρολογικών χρονικών σειρών γενικά και παροχών ή εισροών και την πρόβλεψη υδρολογικών χρονικών σειρών γενικά και παροχών ή εισροών ειδικότερα (Παπαμιχαήλ, 1993; Παπαμιχαήλ και Παπαζαφειρίου, 1990; Antonopoulos and Papamichail, 1991; Lohani and Wang, 1987). Τα ομοιώματα Box-Jenkins έγιναν πολύ δημοφιλή εξαιτίας της απλής μαθηματικής δομής και της εφαρμογής τόσο σε στάσιμες όσο και σε μη στάσιμες διαδικασίες.

Στις μέρες μας η χρήση στατιστικών πακέτων όπως το SPSS, Statistica, S-Plus κ.τ.λ. έκαναν την προσομοίωση χρονοσειρών με στοχαστικά μοντέλα ARIMA ή SARIMA ακόμη πιο δημοφιλή.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό πακέτο SPSS version 14.0.

## Κεφάλαιο 2

### Υλικά και Μέθοδοι

---

#### Εισαγωγή

Η περιοχή στην οποία αναφέρεται η παρούσα εργασία είναι ο Πηνειός ποταμός, που διασχίζει την Θεσσαλική πεδιάδα, στοιχεία του οποίου παρατίθενται. Οι ποιοτικές παράμετροι του νερού τις οποίες αναλύουμε είναι: η παροχή (Q), η ηλεκτρική αγωγιμότητα (EC), η ενεργός οξύτητα του νερού (pH), η θερμοκρασία (T), η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου (DO), το ποσοστό κορεσμού του διαλυμένου οξυγόνου (%), τα νιτρικά ( $NO_3^-$ ) τα αμμωνιακά ( $NH_3$ ) και τέλος η συγκέντρωση του ολικού φωσφόρου (TP). Τις χημικές και φυσικοχημικές ιδιότητες των παραπάνω παραμέτρων αναλύουμε διεξοδικά. Οι μετρήσεις των παραμέτρων αυτών, αποτελούν χρονικές σειρές, στις οποίες προσαρμόσαμε τα στοχαστικά ARIMA μοντέλα, τη θεωρία των οποίων περιγράφουμε στο κεφάλαιο αυτό. Το στατιστικό πακέτο με τη βοήθεια του οποίου έγινε η προσαρμογή των στοχαστικών μοντέλων, είναι το γνωστό SPSS, version 14.0. Στο παρόν κεφάλαιο αναφέρουμε στοιχεία του στατιστικού πακέτου και περιγράφουμε τις κυριότερες εντολές που χρησιμοποιήσαμε.

#### 2.1 Πηνειός ποταμός

Ο Πηνειός είναι ο κύριος ποταμός της Θεσσαλίας, πηγάζει από την Πίνδο, περνάει κοντά από την Καλαμπάκα, διασχίζει τη Θεσσαλική πεδιάδα και εκβάλλει

στο Θερμαϊκό κόλπο. Το συνολικό μήκος του είναι 216Km και η συνολική του επιφάνεια 10.580 Km<sup>2</sup> (μαζί με τη λεκάνη απορροής της λίμνης Κάρλα). Σε όλο το μήκος του ποταμού ενσωματώνονται πάρα πολλοί παραπόταμοι, τους οποίους αναφέρουμε αναλυτικά παρακάτω. Από ανατολικά είναι: ο Ενιππεύς, ο Κλινοβίτικος, ο Πορταϊτικός, ο Πάμισος και ο Καρδισώτικος. Από δυτικά δέχεται τους παραπόταμους Μίκανη, Τρικαληνό, Νεοχωρίτη και Τιταρήσιο. Άλλοι δευτερεύοντες παραπόταμοι του Πηνειού στην πλευρά αυτή είναι ο Κομέρκης, ο Καλομοίρης, ο Καστανιώτικος κ.α. Παλιότερα υπήρχαν πολλές λίμνες, οι οποίες αποξηράθηκαν όπως η Κάρλα, η Ασκουρίς και η Νεσσωνίς. Σήμερα υπάρχει μόνο η τεχνητή λίμνη του Μέγδοβα., ενώ για την Κάρλα τα τελευταία χρόνια γίνονται τα αναγκαία έργα για την επανασύστασή της. Επίσης, διαθέτει σημαντικά παραποτάμια δάση, μεγάλη ποικιλότητα στην πανίδα και εκτεταμένες θίνες στο Δέλτα του ([http://www.minagric.gr/Greek/2.9.3.PHNEIOS\\_THES.html](http://www.minagric.gr/Greek/2.9.3.PHNEIOS_THES.html)).

### Περιοχή μελέτης

Στις εικόνες 2.1 και 2.2 διακρίνεται η πορεία του ποταμού καθώς διασχίζει τους νομούς Τρικάλων και Λαρίσης αντίστοιχα και εκβάλλει στο Θερμαϊκό κόλπο.

Το Δέλτα του Πηνειού αναπτύσσεται στο χαμηλό άνοιγμα μεταξύ των ορεινών όγκων του Ολύμπου και της Όσσας (εικόνα 2.3). Γεγονός άξιο προσοχής και διερεύνησης αποτελεί η πολύ μικρή έκταση του δέλτα, μόλις 60 Km<sup>2</sup>, σε σχέση με τη λεκάνη απορροής του Πηνειού ποταμού που αποτελεί τη μεγαλύτερη λεκάνη απορροής από όλους τους ποταμούς στο ελληνικό έδαφος (10.580 Km<sup>2</sup>). Αυτό προφανώς οφείλεται τόσο στη νεότατη ηλικία σχηματισμού του δέλτα, όσο και στη διαδικασία κατακράτησης μεγάλου ποσοστού των φερτών υλών μέσα στο Θεσσαλικό βύθισμα.







Εικόνα 2.1 Γεωφυσικός χάρτης νομού Τρικάλων

Ο Πηνειός μαζί με τους παραπόταμους του αποτελεί για τη Θεσσαλία το μοναδικό υδάτινο αποδέκτη. Η Θεσσαλική περιοχή, με έναν πληθυσμό 500.000 κατοίκων, είναι κυρίως γεωργική με μικρή βιομηχανική δραστηριότητα. Οι ανάγκες πόσιμοι νερού της Λάρισας καλύπτονταν μέχρι το 1986 αποκλειστικά από τον Πηνειό. Με τα νερά του υδρεύονται περί τα 80.000 στρέμματα και παράλληλα υδροδοτούνται οικισμοί της Θεσσαλίας. Όμως η συνεχώς αυξανόμενη κατανάλωση νερού και η αύξηση της καλλιέργειας βαμβακιού στη Θεσσαλική πεδιάδα, η οποία απαιτεί μεγάλες ποσότητες νερού, σε συνδυασμό με τη ρύπανση του ποταμού από φυτοφάρμακα, οδήγησε στην αναζήτηση νέων πηγών νερού. Έτσι από το 1990, οι



ανάγκες πόσιμοι νερού της Λάρισας καλύπτονται 100% από υπόγεια νερά που προέρχονται από γεωτρήσεις. ([www.larisa-dimos.gr](http://www.larisa-dimos.gr)).



Εικόνα 2.2 Γεωφυσικός χάρτης νομού Λάρισα

Τα τελευταία χρόνια δέχεται σημαντική ρύπανση από αστικά και βιομηχανικά απόβλητα καθώς και από την εντατική γεωργική και κτηνοτροφική δραστηριότητα που χαρακτηρίζει τη Θεσσαλική πεδιάδα. Έχει υποστεί σημαντικές αλλοιώσεις από τον εγκιβωτισμό της κοίτης του, την κατασκευή αρδευτικών δικτύων, των προσωρινών φραγμάτων και τις υπεραντλήσεις. Κατά τους θερινούς μήνες, που οι



απαιτήσεις σε νερό είναι μεγάλες και υπάρχει και μείωση της παροχής του ποταμού, οι συνέπειες από τη ρύπανση είναι πλέον εμφανείς και έντονες.

Όπως προαναφέρθηκε, ο Πηνειός ποταμός αποτελεί το κύριο στραγγιστικό δίκτυο της Θεσσαλίας. Η κεντρική κοίτη του Πηνειού παροχετεύει στο Θερμαϊκό κόλπο τα νερά και τις φερτές ύλες. Η έξοδος του Πηνειού από το Θεσσαλικό κάμπο γίνεται μέσω των στενών των Τεμπών.

Κατά το πέρασμα του από τα στενά ο Πηνειός ενισχύεται σημαντικά από πηγές. Έτσι υπάρχει παροχή ακόμα και κατά τους θερινούς μήνες κατά την έξοδο από τα Τέμπη (όπως αυτή της Αγ. Παρασκευής), παρόλο που μεγάλο μέρος των νερών ανάντη των Τεμπών κατακρατείται για αρδεύσεις γεωργικών εκτάσεων.



Εικόνα 2.4 Χάρτης σταθμών μετρήσεων υδρολογικών παραμέτρων, περιοχής Τεμπών

Για τη μελέτη των υδρολογικών παραμέτρων της περιοχής χρησιμοποιήθηκαν τα στοιχεία από το Υπουργείο Γεωργίας (Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης και Τροφίμων) και τις υπηρεσίες Υ.Ε.Β. και Δ.Ε.Κ.Ε. Συστηματικές μετρήσεις, υπάρχουν για τους σταθμούς: Υδατόπυργου Δ. Λαρίσης, γέφυρα Εφέντη – Κεραμίδι, γέφυρα

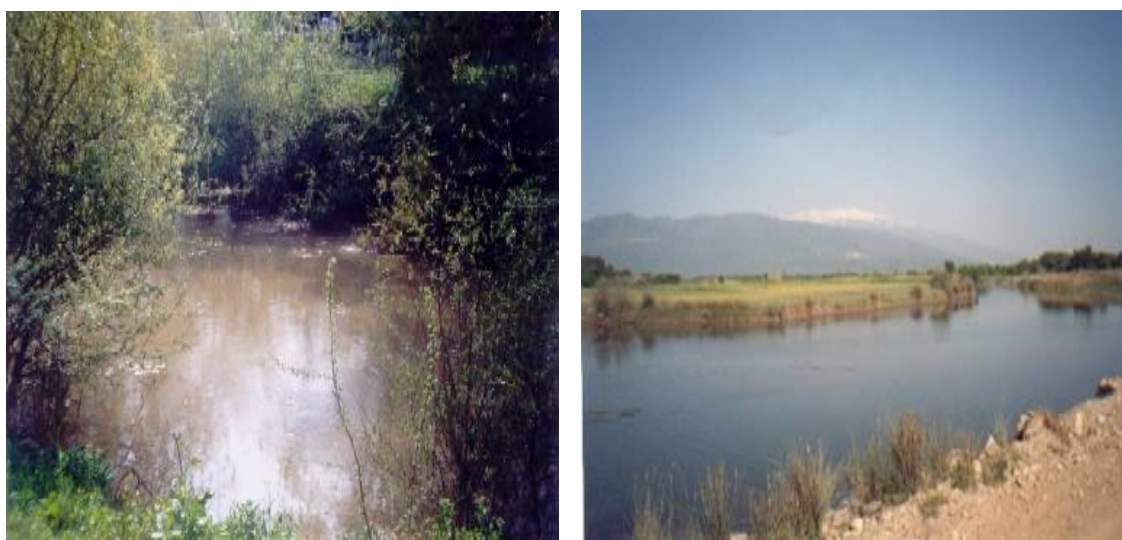
Τρικάλων – Καρδίτσας, γέφυρα Τρικάλων – Πύλης (Καραβόπορο), γέφυρα του ΟΣΕ, θέση Γόννοι και Πυργετός. Από όλους τους παραπάνω σταθμούς χρησιμοποιήθηκαν τα στοιχεία του Υδατόπυργου και του Πυργετού. Ο σταθμός του Πυργετού επιλέχθηκε γιατί βρίσκεται στην έξοδο της κοιλάδας των Τεμπών, κοντά στις εκβολές του ποταμού, με αποτέλεσμα να δίνει καλύτερη εικόνα για την ρύπανσή του (εικόνα 2.4).

### **Χλωρίδα και πανίδα του Πηνειού ποταμού**

Στις όχθες του Πηνειού υπήρχε οργιώδης βλάστηση και ζώα όπως ελέφαντες, ρινόκεροι, άγρια άλογα, άγρια βόδια και ιπποπόταμοι όπως μαρτυρούν απολιθώματα που χρονολογούνται 17000-21000 χρόνια πριν από σήμερα. Σύμφωνα με τις μαρτυρίες περιηγητών της αρχαιότητας, υπήρχε πλούσια βλάστηση κατά μήκος του ποταμού, όπου σε αυτό το περιβάλλον έβρισκαν τροφή και καταφύγιο πολλά είδη ζώων.

Ο Πηνειός σε όλο το μήκος του αποτελούσε ένα θαυμάσιο υδροβιότοπο που φιλοξενούσε μεγάλη ποικιλία πουλιών, ψαριών και διαφόρων άλλων ζώων και φυτών. Τις τελευταίες δεκαετίες, με την εντατικοποίηση της εκμετάλλευσης της γης άλλαξε η μορφή της περιοχής. Τα δάση στις όχθες εκχερσώθηκαν για να γίνουν έργα διευθέτησης της κοίτης και για να δημιουργηθούν καινούργιες καλλιεργήσιμες εκτάσεις. Ελάχιστα σημεία σήμερα παρουσιάζουν τη βλάστηση που αναφέρεται σε παλαιότερες εποχές. Τέτοιες περιοχές είναι το δάσος στα Πλατανούλια Λάρισας και κάποιες προστατευμένες λωρίδες γης στην περιοχή των εκβολών. Τα ψάρια που αφθονούσαν μέχρι τη δεκαετία του 60 έχουν λιγοστεύσει επικίνδυνα λόγω της μείωσης των νερών του ποταμού αλλά και λόγω της ρύπανσης των νερών από τις διάφορες βιοτεχνίες, βιομηχανίες και κτηνοτροφικές μονάδες που εγκαταστάθηκαν δίπλα στην όχθη (<http://7gym-laris.lar.sch.gr/perivalon/pinios.htm>).

Τα πουλιά συνεχώς μειώνονται και είδη όπως ο μαυρόγυπας που για τελευταία φορά παρατηρήθηκε το 1989, έχουν πια εξαφανιστεί, όχι μόνο λόγω του παράνομου κυνηγιού, αλλά και λόγω της ρύπανσης που μεταφέρεται σε αυτά μέσω της τροφικής αλυσίδας.



**Εικόνα 2.5** Ο Πηνειός ποταμός

Στις εκβολές του ο Πηνειός σχηματίζει μικρό δέλτα, καθώς η επίδραση των κυμάτων στην περιοχή δεν ευνοεί την κατά μήκος πρόσχωση και την ανάπτυξη μεγάλου δέλτα. Αντίθετα τα φερτά υλικά διασκορπίζονται σχεδόν ομοιόμορφα εκατέρωθεν των εκβολών σχηματίζοντας μετωπικές επιφάνειες πρόσχωσης. Σε περιόδους έντονων βροχοπτώσεων ο ποταμός μεταφέρει μεγάλη ποσότητα φερτών υλικών με αποτέλεσμα να προσχώσει την κοίτη και να εκτρέπεται από την αρχική του διεύθυνση. Με τον τρόπο αυτό το σημείο των εκβολών του έχει μεταφερθεί τα τελευταία εκατό χρόνια βορειότερα, αποκρινόμενο από το χωριό Στόμιο.

Η περιοχή του Δέλτα του Πηνειού, των Τεμπών και των βουνών Κάτω Όλυμπος και Όσσα αποτελεί ένα εκτενές φυσικό οικοσύστημα. Περιλαμβάνει παραλιακά και παραποτάμια δάση, αμμόδεις θαμνότοπους και θίνες.

Η γλωρίδα του Δέλτα παρουσιάζει την εξής μορφή:

1. Επιφάνεια που καλύπτει συνολικά υγρόβια (ελόβια) βλάστηση (π.χ. καλάμια, βούρλα, νούφαρα, νεροκάρδαμο κ.τ.λ.).
2. Παρόχθια βλάστηση (κωνοφόρα, φυλλοβόλα, θάμνοι, πόες).
3. Υδρόβια βλάστηση.



**Εικόνα 2.6** Καλάμια, λυγαριά, ναραγκούλα, караγάτσι

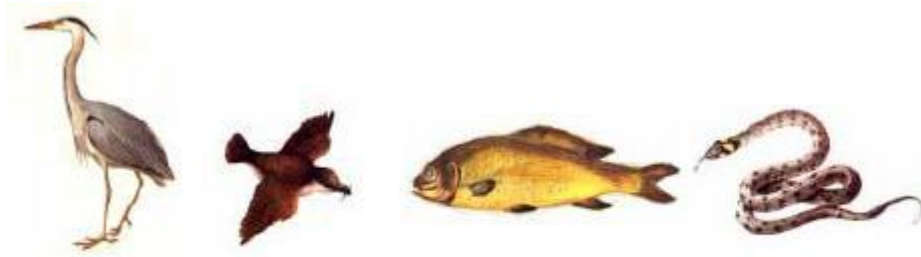
Σε τμήματα της περιμετρικής ζώνης του υγροτόπου υπάρχουν δενδρώδεις καλλιέργειες αμυγδαλιών, ενώ μια σημαντική έκταση της περιοχής καλύπτεται από βιομηχανικές καλλιέργειες ντομάτας, ζαχαρότευτλων (*Beta vulgaris var. altissima*), σιτηρών, καρπουζιών (*Citrulus lanatus*), σπαραγγιών (*Asparagus officinalis*), καθώς επίσης και από βοσκότοπους, χορτολιβαδικές εκτάσεις, κλπ.

Η πανίδα της περιοχής παρουσιάζει την εξής μορφή:

1. Αμφίβια (βάτραχοι),
2. πτηνά διερχόμενα και φωλιάζοντα (υδρόβια πτηνά) και τέλος
3. ερπετά (νεροφίδες).

Πιο συγκεκριμένα ως προς την ορνιθοπανίδα στο Δέλτα του Πηνειού παρουσιάζονται τα εξής αναπαραγόμενα είδη: ο Μικροτσικνιάς, ο Νυχτοκόκορας, ο Μαυροπελαργός, ο Πελαργός, ο Σφηκιάρης, ο Ασπροπάρης, τα Όρνια, ο Φιδαετός, ο Κραυγαετός, ο Χρυσαιτός, ο Σταυραετός, το Χρυσογέρακο, ο Πετρίτης, η Πετροπέρδικα, ο Μπούφος, η Αλκυόνη και ο Δρυομυγοχάφτης. Άλλα είδη που εμφανίζονται στην περιοχή είναι ο Γυπαετός, ο Μαυρόγυπας, ο Ψαραετός και ο Μαυροπετρίτης.





**Εικόνα 2.7** Ερωδιός, ποταμίδα, σαζάνι και νερόφιδο

Από δημοσιεύσεις στο Ελληνικό Κέντρο Βιοτόπων Υγροτόπων (EKBY <http://www.ekby.gr/> ) και αναφορές ψαράδων της περιοχής, συμπεραίνεται ότι στα γλυκά νερά του Πηνειού έχει διαπιστωθεί ότι υπάρχουν 37 είδη ψαριών, ενώ πιθανολογείται η παρουσία άλλων 11 ειδών. Ο Πηνειός, με τις αποθέσεις του και την ιλύ που μεταφέρει μαζί με τον Τιταρήσιο ποταμό στη θάλασσα, δημιουργεί ένα πολύ πλούσιο διατροφικό σύστημα το οποίο συντηρεί πολλά είδη ψαριών. Έτσι, εκτός από τα ποτάμια ψάρια, στη μεγάλη ιχθυοσυλλογή γλυκών νερών της περιοχής αυτής εμφανίστηκαν το αναδρομικό είδος *Acipenser sturio* (μουρούνα-οξύρυγχος) το οποίο ωοτοκεί και αναπτύσσεται στα ποτάμια για να κατέβει αργότερα στις παράκτιες περιοχές της θάλασσας όπου και διαβιεί, και το πελαγικό, μεταναστευτικό είδος *Alosa fallax nilotica* (σαρδελομάννα) που ανήκει επίσης στην κατηγορία των αναδρομικών, ποταμοτόκων ιχθύων. Έχουν παρατηρηθεί επίσης τα είδη *Nemacheilus barbatulus* (λαδούσα) και *Sabanejewia aurata balcanica* (χρυσοβελονίτσα) που χαρακτηρίζεται ως απειλούμενο είδος (<http://el.wikipedia.org/wiki>).

### **Γεωλογικά και γεωγραφικά στοιχεία**

Η ευρύτερη περιοχή της Θεσσαλίας κυριαρχείται από την παρουσία τριών μεγάλων γεωτεκτονικών ζωνών (Μουντράκης 1985):

- Της Πελαγονικής ζώνης, η οποία κατέχει το ανατολικό και κεντρικό τμήμα της Θεσσαλίας. Στην προαλπική αυτή ζώνη επικρατούν μεταμορφωμένα



πετρώματα γνευσίων, σχιστόλιθων και μαρμάρων, ενώ σημαντική είναι επίσης η παρουσία ασβεστολίθων και περιορισμένη αυτή των οφειολίθων.

- Της ζώνης της Πίνδου, η οποία κατέχει το δυτικό τμήμα της Θεσσαλίας και ταυτίζεται με τον ορεινό όγκο της οροσειράς της Ν. Πίνδου. Στην αλπική αυτή ζώνη επικρατούν οι σχηματισμοί του φλύσχη και των ασβεστολίθων.
- Της Υποπελαγονικής ζώνης ή ζώνης Οφειολίθων, η οποία κατέχει τον ενδιάμεσο χώρο μεταξύ των ζωνών Πελαγονικής και Πίνδου. Εντοπίζεται στο χώρο της Δ. Θεσσαλίας, βαίνει παράλληλα και σε επαφή με τη ζώνη της Πίνδου και αποτελείται από προαλπικά μεταμορφωμένα πετρώματα και οφειολίθους.

Από παλαιογεωγραφική άποψη η Πελαγονική ζώνη ανήκει σε μια παλιά ηπειρωτική μάζα, η οποία τροφοδότησε με υλικά την ωκεάνια αύλακα της Τηθύος προς δυτικά, μέσα στην οποία σχηματίστηκαν τα αλπικά ιζήματα της ζώνης της Πίνδου.

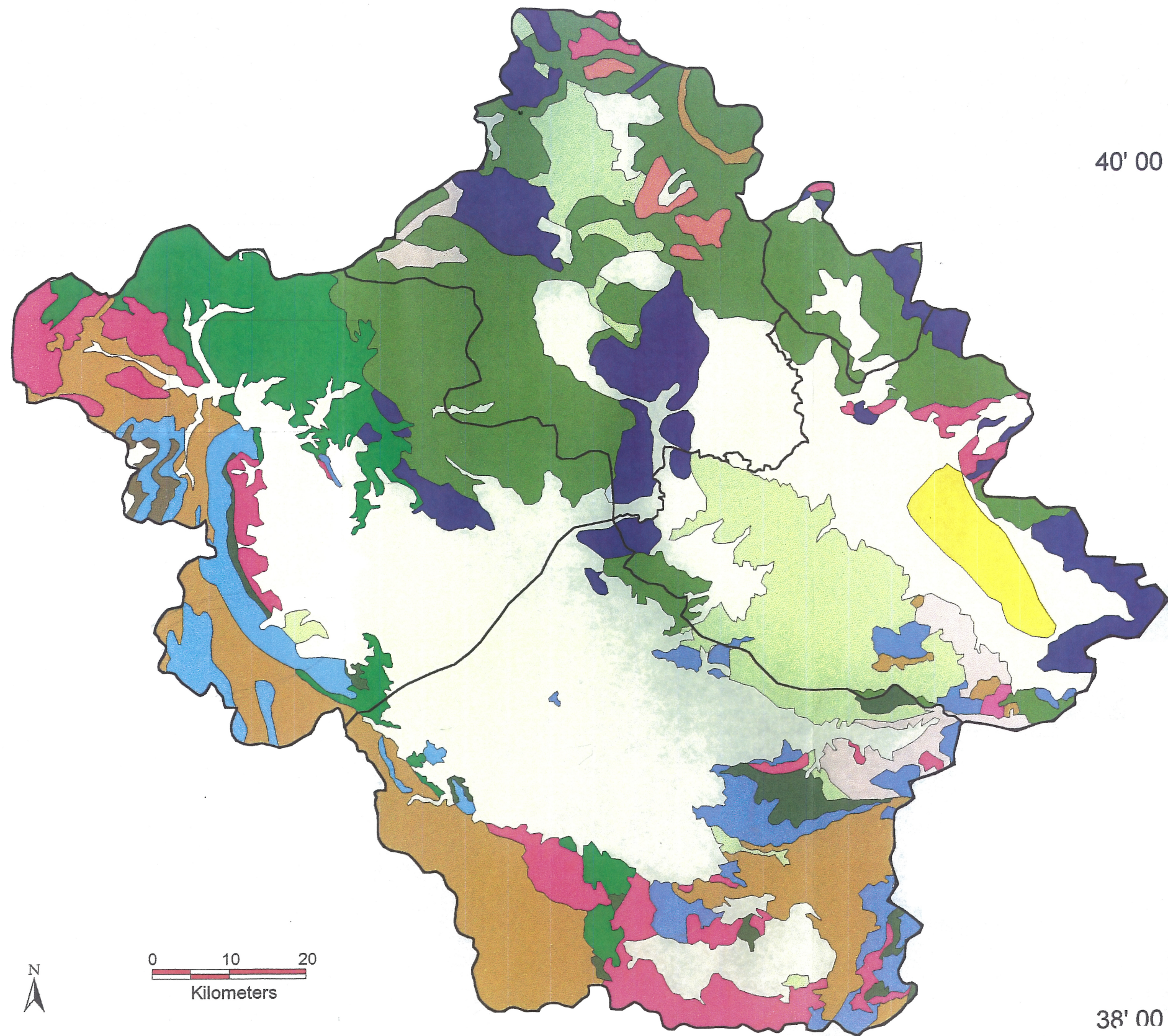
Η εικόνα 2.8 είναι ο γενικευμένος γεωλογικός χάρτης της περιοχής, ενώ στην εικόνα 2.9 παρουσιάζονται οι ισοϋψείς ανά 200μ (Μουστάκα 1998).

### **Κλιματολογικές συνθήκες της Θεσσαλίας**

Οι απορροές που αναμένουμε σε μια λεκάνη εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από το ποσό των κατακρημνισμάτων που δέχεται η λεκάνη αυτή. Έτσι με προσεκτική μελέτη και επεξεργασία της ετήσιας πορείας των κατακρημνισμάτων μπορούμε να έχουμε μια πολύ καλή προσέγγιση της ετήσιας πορείας της απορροής. Τυχόν διαφοροποιήσεις στις δύο πορείες εξαρτώνται φυσικά από τους υπόλοιπους παράγοντες που επηρεάζουν την επιφανειακή απορροή. Πάντως ο συνολικός όγκος

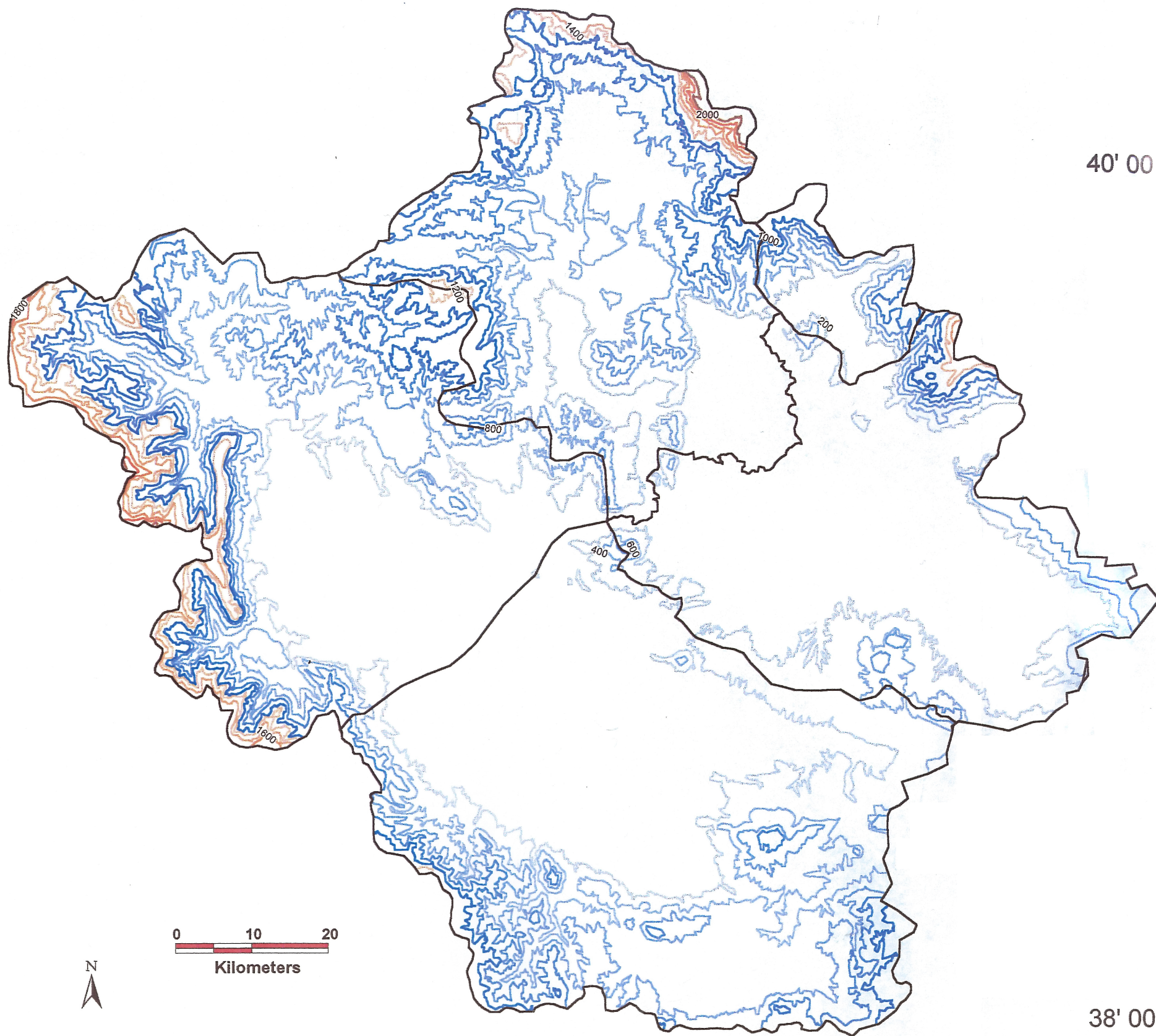


ΥΠΟΜΝΗΜΑ (Σεισμοτεκτονικός χάρτης, Ι.Γ.Μ.Ε.)	
ΟΜΑΔΑ I	
Q	Πρόσφατοι έως σύγχρονοι σχηματισμοί. Κυρίως προσχώσεις, υλικά του ελουβιακού μανδύα, ποτάμιες αποθέσεις, κώνοι κορημάτων, πλευρικά κορήματα, ριπίδια θίνες
ΟΜΑΔΑ II	
Q1	Αποθέσεις παράκτες, ποτάμιες, δελταϊκές, τεναγών
Pt	Παλιές προσχώσεις, πλευρικά κορήματα, κώνοι κορημάτων και αναβαθμιδές Πλειστοκαινικής κυρίως ηλικίας
ΟΜΑΔΑ III	
N	Μάργες, μαργαίκοι ασβεστόλιθοι, αργιλούχες μάργες, άργιλοι, άμμοι, ψαμμίτες, κροκαλοπαγή Νεογενούς και κατά θέσεις Πλειστοκαινικής ηλικίας
F	Σχηματισμοί του φλύσχη, κυρίως αργιλοί σχιστόλιθοι, ιλυόλιθοι, ψαμμίτες, κροκαλοπαγή και τοπικά ενστρώσεις ασβεστολίθων μικρού πάχους
Km, Kc	Μολασσικοί σχηματισμοί: Μάργες, κροκαλοπαγή, ψαμμίτες με ενστρώσεις λεπτοπλακωδών μαργαϊκών ασβεστολίθων (km), συνεκτικά κροκαλοπαγή (kc).
ΟΜΑΔΑ IV	
1η Υποομάδα	
Kpo	Ασβεστόλιθοι της ζώνης Ολυνού _ Πίνδου (κρο)που εναλλάσσονται με κερατόλιθους
Ra	και σχιστοψαμμίτες (Ra)
sh	Σχιστοκερατόλιθοι και σχιστοψαμμίτες με οφιολίθους
2η Υποομάδα	
KP	Σχηματισμός Πελαγονικής: Ασβεστόλιθοι και δολομίτες
ΟΜΑΔΑ V	
g	Οξίνα και ουδέτερα πλουτώνεια και ηφαιστειακά πετρώματα (γρανίτες, διορίτες, ρυόλιθοι, τραχείτες)
d	Βασικά πλουτώνια και ηφαιστιακά πετρώματα (βασάλτης, διαβάσης)
sch, gn, ph	Κρυσταλλικοί σχιστόλιθοι (sch), γενέσιοι και αμφιβολίτες (gn). Φυλλίτες, χαλαζίτες, παλαιζωικοί σχιστοψαμμίτες, ηφαιστειογενείς ημιμεταμορφωμένοι σχηματισμοί και γραουβάκες (ph), μάρμαρα, κρυσταλλικοί ασβεστόλιθοι και σιπολίτες (mr)
ΟΜΑΔΑ VI	
p	Βασικά και υπερβασικά εκρηγνένη πετρώματα



Γενικευμένος Γεωλογικός χάρτης





Ισουψείς ανά 200 μ

της ετήσιας απορροής είναι συνάρτηση του ολικού ετήσιου όγκου των κατακρημνισμάτων.

Έτσι είναι απαραίτητη μια κλιματική προσέγγιση της Θεσσαλίας. Η Θεσσαλία, όπως και η Ελλάδα γενικότερα, σε όλες τις κλιματικές ταξινομήσεις καταχωρείται στο «μεσογειακό τύπο» κλίματος. Στον τύπο αυτό επικρατούν δύο περίοδοι και οι πιο επιτυχημένοι όροι που τις αποδίδουν είναι «θερμή εποχή» και «ψυχρή εποχή», όπως ορίζονται στο Weather in the Mediterranean – Meteorological Office M.O. 391, 1962. Σαν μια θερμή εποχή θεωρείται το χρονικό διάστημα μεταξύ των μηνών Ιουνίου – Σεπτεμβρίου. Σαν ψυχρή εποχή το χρονικό διάστημα μεταξύ των μηνών Οκτωβρίου – Μαΐου, αν και οι μήνες Οκτώβριος και Μάιος λόγω των χαρακτηριστικών τους μπορούν να θεωρηθούν και σαν μεταβατικοί μήνες.

## **2.2 Ποιοτικές παράμετροι νερού**

Οι ποιοτικές παράμετροι του νερού τις οποίες αναλύουμε στην παρούσα εργασία, χωρίζονται σε φυσικές, χημικές και θρεπτικές.

### **2.2.1 Φυσικές παράμετροι**

#### **Ηλεκτρική αγωγιμότητα**

Η ηλεκτρική αγωγιμότητα είναι αριθμητικά η έκφραση της ικανότητας του υδατικού διαλύματος να άγει το ηλεκτρικό ρεύμα, ιδιότητα που συνδέεται με την ολική συγκέντρωση των ιονισμένων ουσιών και τις σχετικές συγκεντρώσεις τους, την κινητικότητα τους και τη θερμοκρασία του νερού κατά τη στιγμή της μέτρησης της. Τέτοιες ουσίες είναι τα άλατα Φθορίου, Χλωρίου, Νατρίου, Ασβεστίου, Μαγνησίου κτλ. Είναι εύκολη και γρήγορη μέθοδος εκτίμησης της ποσότητας των διαλυμένων στο νερό στερεών (Stednick 1991). Απότομη αύξηση της αγωγιμότητας του νερού

ενός ποταμού αποτελεί ένδειξη ρύπανσης, ενώ όσο μεγαλύτερη είναι η αγωγιμότητα τόσο μεγαλύτερη είναι η βιολογική παραγωγικότητα.

Η αλατότητα του νερού μετράται έμμεσα με την ηλεκτρική αγωγιμότητα. Σε νερό χαμηλής συγκέντρωσης σε άλατα και με κυρίαρχο άλας το χλωριούχο νάτριο, υπάρχει άμεση σχέση μεταξύ της ειδικής ηλεκτρικής αγωγιμότητας σε  $\mu\text{S}/\text{cm}$  και των ολικών διαλυμένων στερεών σε  $\text{mg}/\text{l}$ . Η συγκέντρωση των χλωριόντων του νερού μπορεί να υπολογιστεί αμέσως εργαστηριακά ή στο πεδίο, με ψηφιακή τιτλοδότηση ή με τη μέθοδο του ηλεκτροδίου ειδικού ιόντος (Hem, 1985).

Ο Stednick (1991) προτείνει μια εμπειρική σχέση μεταξύ ηλεκτρικής αγωγιμότητας και συγκέντρωσης των διαλυμένων στερεών, σύμφωνα με την οποία τα ολικά διαλυμένα στερεά σε  $\text{mg}/\text{l}$ , ισούται με την τιμή της ηλεκτρικής αγωγιμότητας πολλαπλασιασμένη με ένα παράγοντα, του οποίου η τιμή κυμαίνεται από 0,55 μέχρι 0,9 ανάλογα με την ποσότητα των ολικών διαλυμένων στερεών (TDS) στο νερό.

$$\text{TDS} = (0,55-0,9) \cdot \text{EC}_w$$

Ηλεκτρική αγωγιμότητας του νερού άδρευσης μεγαλύτερη από 0,7  $\text{ds}/\text{m}$  (700  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), μπορεί να δημιουργήσει πρόβλημα αλατότητας στο έδαφος, ανάλογα με το είδος του εδάφους, το είδος της καλλιέργειας, το κλίμα και τον τρόπο εφαρμογής του νερού. Νερό με ηλεκτρική αγωγιμότητα μεγαλύτερη από 3  $\text{dS}/\text{m}$  (3000  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), είναι κατά κανόνα ακατάλληλο για άδρευση (Παπαζαφειρίου και Αντωνόπουλος, 1991, Μισοπολίνος, 1991). Υψηλά επίπεδα πρόσληψης Na, ιδίως αν δεν εξισορροπείται από πρόσληψη Ca έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργούνται σοβαρά προβλήματα υγείας στους ανθρώπους.

Γενικά η υψηλή συγκέντρωση αλάτων στο νερό αποτελεί πρόβλημα τόσο για χρήση ως πόσιμο νερό από τους ανθρώπους και ζώα, όπως αλλοίωση της γεύσης του

νερού αλλά και προβλήματα υγείας ανάλογα και με το είδος των αλάτων, αλλά και για βιομηχανική χρήση.

Η αλατότητα του νερού άδρευσης έχει διττό ρόλο. Αφενός επηρεάζει την αλατότητα των αδρευόμενων εδαφών, αφετέρου επηρεάζει την διηθητικότητα τους. Υψηλή αλατότητα νερού άδρευσης είναι δυνατό να προκαλέσει προβλήματα αλατότητας στα καλλιεργούμενα εδάφη με επακόλουθα προβλήματα πρόσληψης νερού στα φυτά. Χαμηλή αλατότητα νερού άδρευσης (κάτω από 200  $\mu\text{mhos/cm}$ ) είναι δυνατό να προκαλέσει έκπλυση των ελευθέρων αλάτων του εδάφους και κυρίως του ασβεστίου το οποίο έχει ισχυρή επίδραση στη σταθερότητα των συσσωματωμάτων του εδάφους ειδικότερα και της δομής του γενικότερα. Χωρίς την παρουσία αλάτων στο εδαφικό διάλυμα και ιδιαίτερα ασβεστίου, η άργιλος του εδάφους διαμερίζεται και κλείνουν οι περισσότεροι από τους μικρούς πόρους του εδάφους. Με αυτό τον τρόπο σφραγίζεται το επιφανειακό έδαφος και μειώνεται η διηθητικότητα του. Έτσι δημιουργείται επιφανειακή κρούστα από την οποία εμποδίζεται η εμφάνιση φυταρίων και η ποσότητα του νερού που εισέρχεται στο έδαφος είναι μειωμένη και μπορεί να προκληθεί υδατική καταπόνηση μεταξύ δύο αδρεύσεων (Μισοπολινός, 1991). Προκειμένου να μελετηθούν τα προβλήματα αλατότητας και διηθητικότητας που μπορεί να προκύψουν στα καλλιεργούμενα εδάφη από το νερό αδρεύσεως απαιτείται εκτός από τη γνώση της ηλεκτρικής αγωγιμότητας του νερού η γνώση της SAR που δίνεται από τη σχέση 
$$SAR = \frac{Na}{\sqrt{(Ca + Mg)/2}}$$
 και της βροχόπτωσης (Αντωνόπουλος 2003). Γενικά αύξηση της αλατότητας αυξάνει την διηθητικότητα του εδάφους ενώ μείωση της διηθητικότητας προκαλεί η μείωση της αλατότητας του νερού άδρευσης και η αύξηση της SAR.

### Ενεργός οξύτητα (pH)

Η ενεργός οξύτητα (pH) του νερού είναι καθοριστικός παράγοντας κάθε φυσικής διαδικασίας, κρίσιμος παράγοντας λειτουργίας των βιολογικών συστημάτων και σημαντικό εργαλείο για την εκτίμηση άλλων παραμέτρων της ποιότητας του νερού, όπως η αλκαλικότητα (Stednick 1991).

Το pH χρησιμοποιείται για καθαρισμό της οξύτητας ή της βασικότητας του νερού. Οι τιμές του κυμαίνονται σε ένα εύρος από 0 ως 14 με το 7 να θεωρείται το επίπεδο ουδετερότητας. Τιμές κάτω από 7 χαρακτηρίζουν το νερό ως όξινο και πάνω από 7 ως βασικό. Η ενεργός οξύτητα είναι μέτρο των ελεύθερων  $H^+$  και  $OH^-$  του νερού. Αν η συγκέντρωση (ενεργότητα) των πρώτων είναι μεγαλύτερη από αυτή των δεύτερων τότε το νερό χαρακτηρίζεται ως όξινο. Καθώς η ενεργός οξύτητα επηρεάζεται από χημικές ουσίες που προστίθενται στο νερό αποτελεί ένα σημαντικό και βασικό δείκτη του νερού του οποίου μεταβάλλεται η χημική σύνθεση και επομένως η ποιότητα του.

Οξίνιση των επιφανειακών νερών συναντάται σε περιοχές όπου οι όξινες αποθέσεις είναι υψηλές ενώ το έδαφος και το μητρικό πέτρωμα είναι φτωχά σε ασβεστόλιθο και άλλα βασικά ορυκτά που αποσαθρώνονται εύκολα. Η αποσάθρωση τέτοιων ορυκτών απελευθερώνει βάσεις οι οποίες αντιδρούν με τις όξινες χημικές ενώσεις (οξέα), ανεβάζοντας έτσι την τιμή της ενεργούς οξύτητας. Γενικά μικρές λίμνες και ποτάμια κυρίως μεγάλου υψομέτρου επηρεάζονται σε μεγαλύτερο βαθμό από μεγάλες λίμνες και ποτάμια που βρίσκονται σε χαμηλό υψόμετρο (EEA, the Dobris Assessment, 2000), προφανώς λόγω των ελάχιστων βασικών πετρωμάτων που συναντιούνται σε μεγάλα υψόμετρα.

Σημαντική συμβολή στην μείωση του pH των υδατικών συστημάτων έχουν οι όξινες αποθέσεις, με την μορφή όξινης βροχής, οξειδίων του θείου και του αζώτου,

που προέρχονται από καύσιμα που χρησιμοποιούνται σε αυτοκίνητα, εργοστάσια κτλ. Η μείωση των όξινων εκπομπών του θείου και του αζώτου γενικά θεωρείται ο μοναδικός αποτελεσματικός τρόπος, για την αντιμετώπιση της όξινσης των υδατικών συστημάτων, με μακροχρόνια αποτελέσματα.

Η οξίνιση επηρεάζει τα υδατικά συστήματα σε όλα τα επίπεδα και έχει προφανείς επιπτώσεις τόσο στις κοινότητες των φυτών όσο και των ζώων. Οι υδρόβιοι οργανισμοί επηρεάζονται τόσο άμεσα, λόγω της δημιουργίας τοξικών συνθηκών, όσο και έμμεσα, λόγω της μείωσης των ευαίσθητων σε όξινες συνθήκες ειδών που αποτελούν τροφή για άλλα είδη. Έτσι μειώνεται η βιοποικιλότητα των υδατικών συστημάτων. Σε υδατικά συστήματα με pH μικρότερο από 5 γενικά δεν συναντιούνται πολλές ποικιλίες ψαριών (EEA The Dobris Assessment, 2000).

Σε ορισμένες χώρες χρησιμοποιείται άσβεστος για την αντιμετώπιση της οξίνισης των υδατικών τους συστημάτων, κυρίως των λιμνών. Όμως η ασβέστωση έχει μόνο βραχυπρόθεσμο ρόλο και δύο με τρία χρόνια αργότερα το μεγαλύτερο μέρος της άσβεστου ή θα έχει χρησιμοποιηθεί ή θα έχει εκλυθεί από τη λίμνη.

Οι μονάδες του pH μετρούνται σε λογαριθμική κλίμακα. Αυτό έχει ως συνέπεια νερό με pH ίσο με 5 είναι 10 φορές πιο όξινο από νερό με pH ίσο με 6. Γι' αυτό το λόγο πρέπει να αποφεύγεται το νερό κοντά σε ορυχεία. Το νερό αυτό έχει συνήθως pH ίσο με 2, κάτι που σημαίνει ότι είναι 100.000 φορές πιο όξινο από το νερό με ουδέτερο pH.

Η τιμή της ενεργού οξύτητας επηρεάζει την γεύση του νερού και σύμφωνα με τα διεθνή πρότυπα του πόσιμου νερού (FAO) πρέπει να κυμαίνεται μεταξύ 7 και 8,5 για πόσιμο νερό. Για τους υδρόβιους οργανισμούς η τιμή του πρέπει να βρίσκεται μεταξύ 6 και 9 και για το νερό άδρευσης μεταξύ 6,5 και 8,4. Γενικά οι επιπτώσεις του υποβιβασμού του pH συνοψίζονται στα εξής (Γεράκης και Τσιουρή, 1989):



- «Νερό με ενεργό οξύτητα κάτω από 4 προκαλεί το θάνατο όλων των σπονδυλωτών, μερικών ασπόνδυλων και πολλών μικροοργανισμών».
- «Νερό με γενικά χαμηλό pH προκαλεί διάβρωση πολλών υλικών. Μερικά προϊόντα διάβρωσης είναι τοξικά για τους υδρόβιους οργανισμούς».
- «Νερό με pH χαμηλότερο από 4,5 μπορεί να βλάψει τους φυτικούς οργανισμούς είτε απευθείας είτε έμμεσα. Οι έμμεσες συνέπειες προκύπτουν από την απελευθέρωση τρισθενών ιόντων Αργιλίου και Σιδήρου, που οι υψηλές τους συγκεντρώσεις είναι και τοξικές.

Κατά τη μελέτη του καθεστώτος ενός υδατικού συστήματος ως προς την ενεργό οξύτητα σημαντική είναι η γνώση της ικανότητας εξουδετέρωσης πρωτονίων του συστήματος (Acid Neutralizing Capacity). Στα υδατικά διαλύματα η ANC είναι το ισοδύναμο των βάσεων μείον το ισοδύναμο των οξέων του συστήματος και προσδιορίζεται ογκομετρικά με ένα ισχυρό οξύ ως προς ένα pH αναφοράς (Μισοπολινός, 1991). Η έννοια της ANC αντιπροσωπεύει την ποσότητα του οξέος που απαιτείται για να μειωθεί το pH σε ένα σύστημα μέχρι μια τιμή αναφοράς (στην έννοια της ANC θα πάρουν μέρος όλα τα οξέα με  $K_p < \text{pH}(\text{αναφοράς})$ ). Στα φυσικά υδατικά συστήματα η ANC οφείλεται στην παρουσία όξινων ανθράκων. Σε ένα υδάτινο σύστημα υπάρχουν στάθμες ενέργειας. Τα ελεύθερα ιόντα Υδρογόνου αντιδρούν αρχικά με τη χαμηλότερη στάθμη ενέργειας (που εκφράζει τα στοιχεία που αντιδρούν πολύ εύκολα με τα υδρογονοκατιόντα όπως  $\text{CaCO}_3$ ) και όσο διαρκεί αυτό το στάδιο το pH διατηρείται σταθερό. Πτώση στην τιμή του pH παρατηρείται όταν η ποσότητα των στοιχείων της χαμηλότερης στάθμης μειωθεί πάρα πολύ, οπότε η συγκέντρωση ελεύθερων  $\text{H}^+$  θα είναι αυξημένη. Από μια ορισμένη τιμή pH και έπειτα θα αρχίζουν οι αντιδράσεις με την αμέσως υψηλότερη στάθμη ενέργειας του

συστήματος κατά τη διάρκεια των οποίων η τιμή του pH θα σταθεροποιηθεί ξανά κ.ο.κ. σε ένα υδατικό σύστημα επομένως ιδίως όταν μελετούνται οι τάσεις αύξησης ή μείωσης του pH η γνώση της ANC και της προέλευσης των στοιχείων που την αποτελούν είναι σημαντικότερη για τη μελλοντική εκτίμηση της κατάστασης.

### **Θερμοκρασία**

Η θερμοκρασία του νερού είναι σημαντική παράμετρος σχεδόν σε όλες τις μετρήσεις των χημικών στοιχείων γιατί επηρεάζει την διαλυτότητα και τους χρόνους αντίδρασης των ουσιών. Είναι ο κύριος παράγοντας από τον οποίο εξαρτάται η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου στα φυσικά υδατικά συστήματα. Ως συνέπεια αυτού είναι ότι σε ένα πρόγραμμα παρακολούθησης της ποιότητας του νερού είναι απαραίτητο εκτός από την μέτρηση της συγκέντρωσης του διαλυμένου οξυγόνου στο νερό, να μετράται και το % ποσοστό κορεσμού του νερού σε οξυγόνο συγκριτικά με το μέγιστο ποσό του οξυγόνου που θα μπορούσε να διαλυθεί στο νερό τη στιγμή της μετρήσεως. Όσο μικρότερη είναι η θερμοκρασία του νερού τόσο μεγαλύτερη είναι η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου που θα μπορούσε να περιέχει οξυγόνο κορεσμού (Γεράκης και Τσιουρή, 1989).

Η θερμοκρασία «ελέγχει» τους ρυθμούς των βιοχημικών αντιδράσεων όπως η αποικοδόμηση των οργανικών ουσιών από τους υδρόβιους μικροοργανισμούς.

Σημαντικό, από βιολογική άποψη, είναι ότι τα περισσότερα υδρόβια είδη απαιτούν συγκεκριμένο εύρος θερμοκρασιών προκειμένου να επιζήσουν. Εάν η θερμοκρασία του νερού ξεπεράσει αυτά τα όρια τα είδη θα πιεστούν προκειμένου να επιζήσουν και κάποια μπορεί να πιεστούν μέχρι του σημείου να πεθάνουν. Στην καλύτερη των περιπτώσεων θα απομακρυνθούν, εάν το επιτρέπουν οι συνθήκες, από το υδάτινο σύστημα που προκαλεί την πίεση.

Η απότομη αύξηση της θερμοκρασίας των υδατορευμάτων και των λιμνών, που δεν σχετίζεται με μεταβολές του κλίματος, φανερώνει θερμική μόλυνση που προέρχεται συνήθως από εργοστάσια παραγωγής ενέργειας. Όπως είναι τα εργοστάσια με λιγνίτη της ΔΕΗ, κυρίως στο οροπέδιο της Πτολεμαΐδας στην Ελλάδα, ή πυρηνικά εργοστάσια σε άλλες χώρες.

### **2.2.2 Χημικοί παράμετροι**

#### **Διαλυμένο οξυγόνο**

Τα μόρια του νερού δημιουργούνται από 2 άτομα υδρογόνου και 1 άτομο οξυγόνου. Αυτό δεν σημαίνει ότι στο νερό υπάρχει αφθονία οξυγόνου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από υδρόβιους οργανισμούς (ψάρια, ζωοπλαγκτό). Οι υδρόβιοι οργανισμοί δεν χρησιμοποιούν το οξυγόνο των μορίων του νερού, γιατί δεν μπορούν να το αποσπάσουν από αυτά ώστε να γίνει διαθέσιμο. Στην πραγματικότητα μια μικρή ποσότητα οξυγόνου με συγκέντρωση περίπου 10 μορίων οξυγόνου ( $O_2$ ) ανά 1.000.000 μορίων νερού, βρίσκεται διαλυμένο μέσα στο νερό. Αυτό το διαλυμένο οξυγόνο χρησιμοποιείται από τους υδρόβιους οργανισμούς. Η ποσότητα του μοριακού οξυγόνου που βρίσκεται διαλυμένη μέσα στο νερό δεν είναι η ίδια για όλα τα υδατικά συστήματα. Το νερό που κινείται με ταχύτητα, όπως ένα μεγάλο ποτάμι ή ένας χείμαρρος, περιέχει μεγάλη συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου σε σχέση με τα ακίνητα νερά (Κυριακίδης, 2004)

Η διαδικασία κατά την οποία τα βακτήρια που ζουν στο νερό αποσυνθέτουν την οργανική ουσία, π.χ. από αποχετεύσεις, μειώνει την συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου στο νερό. Γι' αυτό υψηλές συγκεντρώσεις οργανικής ουσίας στις λίμνες και τα ποτάμια προκαλούν καταστάσεις έλλειψης διαλυμένου οξυγόνου. Οι υδρόβιοι οργανισμοί πιέζονται από την έλλειψη αυτή, που δημιουργείται κυρίως

σε στάσιμα νερά με υψηλή συγκέντρωση οργανικών ουσιών, ιδίως κατά τους θερινούς μήνες που σε συνδυασμό με την υψηλή θερμοκρασία η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου μειώνεται περισσότερο.

Η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου στο νερό αντανakλά την ισορροπία μεταξύ των διαδικασιών που προσθέτουν οξυγόνο και αυτών που αφαιρούν (ισοζύγιο διαλυμένου οξυγόνου) καθώς και την εγγενή ικανότητα του νερού να διαλύει το οξυγόνο, που εξαρτάται από τη θερμοκρασία, την αλατότητα και την ατμοσφαιρική πίεση.

Η διακύμανση της θερμοκρασίας, οι ημερήσιες και οι εποχιακές μεταβολές της φωτοσυνθετικής δραστηριότητας και της παροχής, η διαδικασία αποξυγόνωσης και επαναερισμού, καθιστούν τη συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου πολύ ευμετάβλητη.

Η χημική οξείδωση ανόργανων ενώσεων όπως η αμμωνία (με την νιτροποίηση) και η βιοχημική οξείδωση οργανικών ενώσεων είναι οι κύριες διαδικασίες που οδηγούν στη μείωση της συγκέντρωσης του διαλυμένου οξυγόνου. Μεγάλες ποσότητες οργανικών υπολειμμάτων, όπως πτώματα ζώων, κοπριά, φυτικά υπολείμματα και μεγάλη συγκέντρωση αμμωνίας και άλλων ανόργανων ενώσεων από λιπάσματα κυρίως, μπορούν να προκαλέσουν την ταχεία μείωση του διαλυμένου οξυγόνου στο νερό. Αύξηση των φυκών, εξαιτίας μεγάλης ποσότητας θρεπτικών που φτάνουν στο νερό, έχει ως αποτέλεσμα μετά το θάνατο τους, να υπάρχει μεγάλη συγκέντρωση οργανικής ουσίας η οποία καθώς αποσυντίθεται από τα βακτήρια έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του διαλυμένου οξυγόνου. Από την αποσύνθεση της οργανικής ουσίας απελευθερώνονται ιόντα αμμωνίου ( $NH_4^+$ ). Το αμμώνιο δεν είναι τοξικό για τους υδρόβιους οργανισμούς αλλά ανάλογα με το pH και τη θερμοκρασία είναι δυνατό να μετατραπεί σε αμμωνία ( $NH_3$ ) που είναι τοξική (σε μεγάλη

συγκέντρωση) για τα ψάρια, ενώ κατά τη μετατροπή του σε Νιτρικά καταναλώνεται οξυγόνο από τους νιτρικούς μικροοργανισμούς.

Το ισοζύγιο του οξυγόνου και η οργανική ρύπανση είναι δυνατό να εκτιμηθούν είτε έμμεσα παρατηρώντας τα αποτελέσματα τους στο επίπεδο του διαλυμένου οξυγόνου, είτε άμεσα συνήθως με τα εξής μέτρα: BOD (Βιοχημική ζήτηση σε οξυγόνο) και COD (Χημική ζήτηση σε οξυγόνο) των οποίων οι μονάδες είναι mg O<sub>2</sub>/l. Τα δύο αυτά μέτρα αντικατοπτρίζουν την ποσότητα του οξυγόνου σε ppm που απαιτείται για τη διάσπαση των οργανικών ουσιών του υδατικού συστήματος. Το BOD ως μέτρο ζήτησης οξυγόνου, δεν δίνει πληροφορίες σχετικά με την παρουσία ουσιών που δεν διασπώνται βιολογικά στο νερό κατά τη δειγματοληψία, ούτε σχετικά με την τοξικότητα των ουσιών αυτών. Σε μεγάλα ποτάμια που «πάσχουν» από ευτροφισμό μπορεί να σημειωθεί αύξηση των τιμών του BOD λόγω της αποσύνθεσης του φυτοπλανκτού. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι υψηλές τιμές του BOD δεν είναι απαραίτητα ένδειξη οργανικής ρύπανσης.

Το COD ως μέτρο της ποσότητας του οξυγόνου που απαιτείται για τη χημική οξείδωση της οργανική ύλης, αποτελεί μέτρο της υπάρχουσας ποσότητας οργανικής αποικοδομήσιμης και μη ύλης. Μολονότι και τα δύο δείχνουν τη δυναμική ζήτηση οξυγόνου στο νερό, δεν υπάρχει απαραίτητα συσχέτιση μεταξύ τους. Το COD είναι σχεδόν πάντα μεγαλύτερο του BOD και ο λόγος τους μας δίνει μια εικόνα για το κατά πόσο κάποιος οργανικός ρύπος υπόκειται σε μεθόδους βιολογικής επεξεργασίας, μετά από την οποία ο λόγος COD/BOD πρέπει να έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή.

Το φάσμα των τιμών που κυμαίνεται η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου είναι συνήθως μεταξύ 0mg/l και 14mg/l σε θερμοκρασία στην οποία το νερό αρχίζει να μετατρέπεται σε πάγο (περίπου 0 °C). Στη βιβλιογραφία εκτός από τα 14mg/l συναντιόνται και μεγαλύτερες συγκεντρώσεις όπως 16mg/l ή και 18mg/l.

Ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν τη στιγμή της μετρήσεως είναι δυνατό το νερό να είναι υπερκορεσμένο σε οξυγόνο οπότε να παρουσιάζει υψηλότερες των 14mg/l συγκεντρώσεις. Η μέτρηση του % ποσοστού κορεσμού του νερού σε διαλυμένο οξυγόνο εξυπηρετεί στη γνώση της ύπαρξης παραγόντων που δρουν περιοριστικά στη συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου πέρα από τη θερμοκρασία, την ταχύτητα ροής και την ατμοσφαιρική πίεση. Σε συγκεντρώσεις κάτω από 3mg/l είναι δυνατό να συμβούν θάνατοι ψαριών.

### 2.2.3 Θρεπτικά

#### Γενικά

Στις περιοχές που δεν έχουν επηρεαστεί από τον άνθρωπο η σύσταση των νερών εξαρτάται αποκλειστικά από τη σύσταση του εδάφους και του μητρικού πετρώματος. Σε αυτές τις περιπτώσεις γενικά τα επίπεδα των θρεπτικών είναι μικρά.

Οι ενέργειες που κάνει ο άνθρωπος όταν εγκαθίσταται σε μια περιοχή, αποψίλωση δασών, γεωργία, συστήματα υπονόμων κτλ, έχουν ως αποτέλεσμα την έκπλυση των θρεπτικών συστατικών του εδάφους τα οποία και καταλήγουν σε λίμνες και ποτάμια. Στις λίμνες αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη υδρόβιων φυτών. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται «πολιτιστικός ευτροφισμός» (cultural eutrophication). Έντονη βιολογική παραγωγή και άλλες συνέπειες που οφείλονται στον ευτροφισμό συναντάμε συνήθως σε λίμνες (φυσικές και τεχνικές), στις παράκτιες περιοχές και στα μεγάλα ποτάμια που το νερό κινείται με μικρή ταχύτητα (περισσότερο απ' ότι σε μικρά ποτάμια). Παρόλο που ο φώσφορος είναι συνήθως το θρεπτικό που δρα ως περιοριστικός παράγοντας για την υπερβολική ανάπτυξη υδρόβιων φυτών, ωστόσο αυξημένα επίπεδα αζώτου μπορούν επίσης να οδηγήσουν σε αύξηση της βιολογικής παραγωγής (OECD, 1982), κυρίως σε παραθαλάσσιες περιοχές όπου είναι συνήθως

το θρεπτικό που επηρεάζει την ανάπτυξη των φυτών λόγω ανεπάρκειας στην συγκέντρωσή του.

Οι οικολογικές επιπτώσεις στην ευτροφισμού είναι πολύ σημαντικές. Η υπερβολική ανάπτυξη φυτοπλαγκτού έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της ποσότητας του φωτός που περνά στο νερό. Έτσι τα σαρκοβόρα ψάρια δεν μπορούν να πιάσουν τη λεία τους, αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνουν οι πληθυσμοί των ψαριών που τρώνε ζωοπλαγκτό, άρα μειώνεται ο αριθμός των μικροοργανισμών του ζωοπλαγκτού που καταναλώνουν φυτοπλαγκτό, με αποτέλεσμα την περαιτέρω αύξηση του φυτοπλαγκτού. Από την αποσύνθεση του φυτοπλαγκτού είναι δυνατό να απελευθερωθούν ποσότητες θρεπτικών όπως φωσφόρος ενισχύοντας πιο πολύ την ανάπτυξη του φυτοπλαγκτού ενώ με την αποσύνθεση καταναλώνεται διαλυμένο οξυγόνο μειώνοντας τη συγκέντρωσή του στο νερό (Brady and Weil, 1999). Με αυτόν τον τρόπο μειώνεται πολύ η βιοποικιλότητα του βιοτόπου, ενώ είναι δυνατό να αναπτυχθεί μπλε-πράσινη άλγη που είναι υπεύθυνη για τη δημιουργία τοξικών ουσιών για τα ψάρια. Σε περιπτώσεις που το νερό χρησιμοποιείται για πόσιμο ο ευτροφισμός οδηγεί σε αλλοίωση της γεύσης και έντονη δυσοσμία. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι απαραίτητες οι διαδικασίες φιλτραρίσματος του νερού πριν την χρήση του. Βέβαια αυτές οι διαδικασίες είναι ακριβές και χρονοβόρες.

## **Άζωτο**

Το άζωτο είναι ένα απαραίτητο στοιχείο για την επιβίωση όλων των ζωντανών οργανισμών. Το άζωτο συνεχώς ανακυκλώνεται μεταξύ των φυτών, των οργανισμών του εδάφους και της οργανικής ουσίας, του νερού και της ατμόσφαιρας.. Η μεγαλύτερη ποσότητα αζώτου στη βιόσφαιρα βρίσκεται στην ατμόσφαιρα, ενώ η μεγάλη ποσότητα συναντάται στο νερό μέσω της φυσικής διαδικασίας του αερισμού του νερού (Walker, 1995). Το άζωτο εισέρχεται στο έδαφος και το εγκαταλείπει με

διάφορους τρόπους μέσω πολύπλοκων βιοχημικών μετασχηματισμών. Ο κύκλος του αζώτου, η ισορροπία μεταξύ των εισροών και εκροών, καθορίζει το ποσό του αζώτου που θα είναι διαθέσιμα για την ανάπτυξη των φυτών καθώς και το ποσό που φεύγει στην ατμόσφαιρα και στα επιφανειακά και υπόγεια ύδατα.

Το άζωτο συναντάται με οργανικές και ανόργανες μορφές. Οι οργανικές μορφές οφείλονται σε φυτικά και ζωικά υπολείμματα. Οι ανόργανες μορφές αζώτου περιλαμβάνουν το αμμώνιο, νιτρώδη και νιτρικά. Με αυτές τις τέσσερις μορφές συναντάμε το άζωτο στο νερό.

Σε μεγαλύτερο ποσοστό στο έδαφος συναντάται με μορφή οργανικού αζώτου. Αυτή η μορφή μέσω της διαδικασίας ανοργανοποίησης που οφείλεται σε μικροοργανισμούς του εδάφους μετατρέπεται σε αμμώνιο ( $\text{NH}_4$ ) το οποίο απελευθερώνεται στο έδαφος. Το τελευταίο προσκολλάται στα ορυκτά της αργίλου και στην οργανική ουσία και είναι δυνατό να μεταφερθεί σε λίμνες και ποτάμια με την απορροή.

Με τη διαδικασία της νιτροποίησης τα ιόντα του αμμωνίου και της αμμωνίας μετατρέπονται (μέσω της οξείδωσης, απαιτείται οξυγόνο) σε νιτρώδη και σε δεύτερο στάδιο τα νιτρώδη σε νιτρικά. Για το πρώτο στάδιο υπεύθυνος μικροοργανισμός είναι ο *Nitrosomonas* και για το δεύτερο στάδιο ο *Nitrobacter* (Κυριακίδης, 2004).

Με τη διαδικασία της απονιτροποίησης το άζωτο επιστρέφει από το έδαφος στην ατμόσφαιρα. Αυτό γίνεται με τη βιολογική αναγωγή στο έδαφος των νιτρικών και νιτρωδών προς πτητικά αέρια, συνήθως οξείδια του αζώτου  $\text{NO}_x$  και κυρίως  $\text{N}_2\text{O}$  και  $\text{N}_2$ . Τα οξείδια του αζώτου συμβάλουν στις μεταβολές του κλίματος της γης.

Τα ατμοσφαιρικά κατακρίνισματα είναι σημαντική πηγή νιτρικών και αμμωνίας για τις λεκάνες των ποταμών, διότι τα εκπεμπόμενα στην ατμόσφαιρα



αξείδια του αζώτου, που προέρχονται από ανθρωπογενείς πηγές, επιστρέφουν με την όξινη βροχή στο έδαφος και στο νερό (Meybeck et al., 1990; Stednick, 1991).

Πολλές πηγές αζώτου συνεισφέρουν στη δημιουργία προβλημάτων ποιότητας του νερού. Τυπικές σημειακές πηγές είναι οι βιομηχανίες και μέρη όπου γίνεται συσσώρευση αζωτούχων ουσιών λόγω ατυχημάτων. Από τις μη σημειακές πηγές η σημαντικότερη είναι η γεωργία με τη χρήση αζωτούχων λιπασμάτων. Επίσης τα στερεά και κυρίως τα ρευστά περιττώματα των ζώων ιδίως σε περιοχές με πολύ μεγάλη πυκνότητα ζώων, αποτελούν σημαντικό πρόβλημα.

Τα **νιτρικά** αποτελούν το μεγαλύτερο πρόβλημα από όλες τις μορφές αζώτου λόγω της μεγαλύτερης ευκολίας με την οποία μπορούν να φτάσουν με επιφανειακή απορροή σε επιφανειακά ύδατα ή με βαθιά διήθηση σε υπόγειους υδροφορείς. Η ανησυχία οφείλεται στο ότι σε μεγάλες συγκεντρώσεις αποτελούν κίνδυνο, τόσο για την υγεία του ανθρώπου όσο και των ζώων. Στην Ευρώπη έχει υιοθετηθεί ως όριο για τη συγκέντρωση νιτρικών στο πόσιμο νερό τα 50 mg/l ή 11,3 mg/l νιτρικού αζώτου. Το όριο αυτό στις ΗΠΑ είναι χαμηλότερο, 45 mg/l νιτρικών ή 10 mg/l νιτρικού αζώτου. Η πιο ευαίσθητη ομάδα πληθυσμού, είναι τα βρέφη κάτω των έξι μηνών. Μέχρι τα βρέφη να φτάσουν σε αυτή την ηλικία, τα βακτήρια στο πεπτικό τους σύστημα μετατρέπουν τα νιτρικά σε νιτρώδη τα οποία έχουν τοξική επίδραση εμποδίζοντας τη σωστή μεταφορά του οξυγόνου στο αίμα. Καθώς το οξυγόνο που μεταφέρει το αίμα μειώνεται, το σώμα υποφέρει και το δέρμα αποκτά ένα κυανό χρώμα. Γι' αυτό και η αρρώστια αυτή λέγεται βρεφική κυάνωση (infant cyanosis or blue-baby syndrome) ή αλλιώς μεθαιμοσφαιριναιμία. Στους έξι περίπου μήνες το στομάχι του βρέφους αποκτά περισσότερο όξινο pH με αποτέλεσμα να δημιουργούνται ακατάλληλες συνθήκες για την ανάπτυξη των βακτηριδίων που δημιουργούν αυτό το πρόβλημα.

Η συγκέντρωση των νιτρικών σε μη ρυπασμένα ποτάμια, εκφρασμένη σαν νιτρικό άζωτο κυμαίνεται κάτω από 0,1 mg/l μέχρι 1,0 mg/l αζώτου και συνήθως είναι χαμηλότερη από 25 ως 50 µg/l.

Τιμή μεγαλύτερη από 1,0 mg/l δείχνει ανθρωπογενείς επιδράσεις, όπως εισροή αστικών λυμάτων και απορροή γεωργικών εδαφών. Οι τιμές της συγκέντρωσης νιτρικού αζώτου στα στάσιμα νερά είναι συνήθως μικρότερες από 1 mg/l και μικρότερες από 0,1 mg/l κατά τους θερινούς μήνες ενώ όταν είναι μεγαλύτερες από 0,3 mg/l αποτελούν ένδειξη συνθηκών ευτροφισμού. (Meybeck et al., 1990).

Συγκέντρωση νιτρικών μεγαλύτερη από 100 mg/l δίνει πικρή γεύση στο πόσιμο νερό και έχει βλαβερές φυσιολογικές συνέπειες (Meybeck et al., 1990).

Η παρουσία νιτρικών στο επιφανειακό νερό μαρτυρά την παρουσία μερικών αποσυντιθέμενων οργανικών λυμάτων. Το πόσιμο νερό σπάνια περιέχει πάνω από 0,1 mg/l νιτρώδη. Το ολικό οξειδωμένο άζωτο του νερού είναι το άθροισμα των νιτρικών και των νιτρωδών.

Η αμμωνία ή τα αμμωνιακά εισέρχονται στα επιφανειακά υδάτινα οικοσυστήματα, με τα οικιακά λύματα και την απορροή ή στράγγιση καλλιεργούμενων εδαφών, αφού η αμμωνία είναι συστατικό των χημικών λιπασμάτων. Τα βακτήρια μετατρέπουν το αμμωνιακό άζωτο σε νιτρικό κάτω από αερόβιες συνθήκες. Όταν στο νερό άδρευσης η τιμή του νιτρικού και του αμμωνιακού αζώτου είναι μεγαλύτερη από 30 mg/l, δημιουργούνται προβλήματα στις ευαίσθητες καλλιέργειες.

## **Φωσφόρος**

Ο φωσφόρος είναι ένα σημαντικό στοιχείο των οικοσυστημάτων της γης. Δεν είναι μόνο απαραίτητο θρεπτικό συστατικό των φυτικών οργανισμών αλλά και των

ζωικών. Παγκοσμίως ο φωσφόρος είναι το δεύτερο μετά το άζωτο θρεπτικό που παρέχεται υπό τη μορφή λιπασμάτων στα καλλιεργούμενα φυτά. Αυτό συμβαίνει γιατί τα φυσικά αποθέματα των περισσότερων εδαφών είναι πολύ μικρά ενώ οι προσθήκες με τα ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα είναι άνευ σημασίας. Ευτυχώς, τα περισσότερα αδιατάραχτα οικοσυστήματα χάνουν πολύ μικρό ποσοστό αυτού του θρεπτικού, γιατί ο φωσφόρος δεν σχηματίζει αέρια που φεύγουν στην ατμόσφαιρα, ούτε εκπλύνεται εύκολα από το έδαφος όπως μερικές μορφές αζώτου. Επίσης τα φυσικά οικοσυστήματα έχουν αναπτυχθεί με τρόπο ώστε μέσα από φυσικές και χημικές διαδικασίες να δίνεται όσο καλύτερη χρήση του εν ανεπάρκεια θρεπτικού αυτού από τις φυτικές κοινότητες.

Ο φωσφόρος συνδέεται στενά με τη δραστηριότητα των ζώων και των ανθρώπων. Τα δόντια και τα κόκαλα περιέχουν μεγάλες ποσότητες αυτού του στοιχείου. Ο φωσφόρος είναι τόσο σπάνιος στα περισσότερα εδάφη, ώστε η παρουσία υψηλών συγκεντρώσεων είναι μαρτυρία προηγούμενης ζωικής ή ανθρώπινης δραστηριότητας στην περιοχή.

Είναι το κύριο συστατικό των απατητών, οι οποίοι είναι ορυκτά ορθοφωσφορικού ασβεστίου και περιέχουν ιόντα φθορίου, χλωρίου και υδροξείδια. Όταν ο απατίτης έρχεται σε επαφή με το νερό, απελευθερώνονται φωσφορικές ενώσεις, οι οποίες πολύ γρήγορα ενώνονται για τη δημιουργία άλλων ορυκτών ή προσροφώνται από ιζήματα, ιδιαίτερα από τα αργιλικά ορυκτά, στο έδαφος. Η πιο σημαντική πηγή του διαλυμένου φωσφόρου στο επιφανειακό νερό, είναι τα λύματα των ανθρώπινων δραστηριοτήτων. Ο φωσφόρος είναι συστατικό των οικιακών λυμάτων, αφού είναι απαραίτητος στον ανθρώπινο μεταβολισμό. Το 30% του φωσφόρου των λυμάτων προέρχεται από τα ανθρώπινα περιττώματα. Η χρήσης του φωσφορικού νατρίου σαν απορρυπαντικό, έχει αυξήσει την ποσότητα του φωσφόρου

στα αστικά λύματα. Μη σημειακή πηγή φωσφόρου είναι η γεωργία με τα κτηνοτροφικά λύματα και την απορροή και στράγγιση αρδευόμενων εκτάσεων (φωσφορικά λιπάσματα, διάβρωση του εδάφους). Η συγκέντρωση των ορθοφωσφορικών στο νερό αυξάνεται με την αύξηση των ιζημάτων (φερτών υλικών).

Οι μορφές με τις οποίες απαντάμε τον φώσφορο στο νερό έχουν κατηγοριοποιηθεί σε ορθοφωσφορικά ανιόντα ( $\text{PO}_4^{3-}$ ,  $\text{HPO}_4^{2-}$ ), φωσφορικά σύμπλοκα (πυρό-, πολύ-, και μετά-φωσφορικά) και οργανικά φωσφορικά, τα οποία είναι διαλυμένα ή προσροφημένα σε σωματίδια. Ρυθμιστής της αναλογίας των ορθοφωσφορικών ιόντων στο εδαφικό διάλυμα είναι το pH. Σε γενικές γραμμές ισχύουν τα εξής (Κεραμίδας, 1990):

- Όταν  $\text{pH} < 2$  Επικρατούν τα αδιάστατα μόρια  $\text{H}_3\text{PO}$
- Όταν  $3 < \text{pH} < 6,5$  Επικρατούν τα ιόντα  $\text{H}_2\text{PO}_4^-$
- Όταν  $7,5 < \text{pH} < 12$  Επικρατούν τα  $\text{HPO}_4^{2-}$
- Όταν  $\text{pH} > 12$  Επικρατούν τα  $\text{PO}_4^{3-}$

Έτσι τα επικρατέστερα ιονικά είδη φωσφορικών είναι τα  $\text{H}_2\text{PO}_4^-$  και τα  $\text{HPO}_4^{2-}$ . Αφού αυτά κυριαρχούν στο περισσότερο διαλυμένο εύρος pH. Τα κυριότερα μεταλλικά κατιόντα που σχηματίζουν σύμπλοκα με τα φωσφορικά ιόντα είναι τα  $\text{Al}^{3+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ . Τα σύμπλοκα αυτά είναι ευδιάλυτα.

Ο φωσφόρος του εδάφους όπως και το άζωτο, περνάει από ένα σύνολο διαδικασιών και μετασχηματισμών που συνθέτουν τον κύκλο του. Ο κύκλος αποτελείται από στάδια κατά τα οποία ο φωσφόρος περνά μέσα από φυτά, ζώα, μικρόβια, οργανική ουσία, ανόργανα συστατικά. Επειδή ο φωσφόρος συγκρατείται τόσο από τις θετικά φορτισμένες επιφάνειες των ορυκτών της αργίλου (χημικός δεσμός με τις ομάδες  $\text{Al-OH}$  και  $\text{Fe-OH}$  των οξύ-υδροξειδίων του αργιλίου και του

σιδήρου και των ακμών των αργιλιοπυριτικών ορυκτών) μόνο ένα μέρος του είναι άμεσα διαθέσιμο για τα φυτά. Παρόλο που ο φώσφορος συνεχώς περνά από την οργανική στην ανόργανη μορφή του (μέσω διαφόρων διαδικασιών) ωστόσο 50 ως 70% του φωσφόρου στα περισσότερα εδάφη του κόσμου είναι σε ανόργανη μορφή. Στην Ελλάδα ο οργανικός φωσφόρος βρίσκεται σε ποσοστό από 5 ως 50% (Κεραμίδας, 1990).

Ο εδαφικός φωσφόρος υπό μορφή ευδιάλυτων ενώσεων του βρίσκεται σε επιφανειακά και υπόγεια ύδατα, με επιφανειακή ροή ή βαθιά διήθηση. Αν και στις περισσότερες περιοχές του κόσμου η βαθιά διήθηση του φωσφόρου, που οδηγεί στην αύξηση της συγκέντρωσης του στα υπόγεια ύδατα, δεν αποτελεί πρόβλημα.

Η ανάπτυξη της υδρόβιας βλάστησης επηρεάζεται άμεσα από τη διαθεσιμότητα του φωσφόρου. Κυρίως στα υδάτινα συστήματα που βρίσκονται στην ενδοχώρα η μικρή συγκέντρωσή του αποτελεί τον περιοριστικό παράγοντα. Μεγάλη συγκέντρωση φωσφόρου στα υδάτινα οικοσυστήματα προκαλεί ευτροφισμό, δηλαδή υπερβολική ανάπτυξη των υδρόβιων φυτικών οργανισμών. Ο πολιτιστικός ευτροφισμός των ποταμών και των λιμνών οφείλεται στις ενέργειες του ανθρώπου που εμπλουτίζουν τα συστήματα αυτά με σημαντικές ποσότητες φωσφόρου τόσο από σημειακές όσο και από μη σημειακές πηγές. Η αντιμετώπιση του προβλήματος απαιτεί κατάλληλα μέτρα και για τις δύο πηγές του προβλήματος. Βέβαια οι σημειακές πηγές είναι πιο εύκολο να εντοπιστούν και να παρθούν τα κατάλληλα μέτρα αντιμετώπισης. Οι μη σημειακές πηγές είναι δύσκολο να εντοπιστούν, ενώ τα κατάλληλα μέτρα που μπορούν να παρθούν είναι προληπτικά μέτρα που αποσκοπούν στην αναίρεση του προβλήματος και όχι στην αντιμετώπιση των συνεπειών. Τέτοια μέτρα περιλαμβάνουν τη χρησιμοποίηση λιπασμάτων με σύνεση.

Ο φωσφόρος που μετρούσε στην Ελλάδα το πρώην Υπουργείο Γεωργίας (Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης και Τροφίμων) και εξετάζεται στην εργασία μας, είναι ο ολικός φώσφορος, δηλαδή η συνολική ποσότητα του φωσφόρου που βρίσκεται στο υδάτινο σύστημα με όλες τις δυνατές του μορφές οι οποίες θα μπορούσαν να γίνουν σε τελικό στάδιο διαθέσιμες και να συντελέσουν στην ανάπτυξη των φυτών. Ο ολικός φωσφόρος μετριέται μετά από έντονη οξείδωση. Η Αμερικανική Υπηρεσία για την Προστασία του Περιβάλλοντος (USEPA) έθεσε το 1976 ως κρίσιμο όριο συγκέντρωσης ολικού φωσφόρου στα υδάτινα συστήματα, που συνδέεται με το φαινόμενο του επιταχυνόμενου ευτροφισμού, την τιμή 0,1 mg/l.

Γενικά ισχύει ότι η αναλογία N/P είναι στα νερά μεγαλύτερη από 7 ως 10 τότε ο φωσφόρος γίνεται ο περιοριστικός παράγοντας. Αν η αναλογία παραμένει κάτω από 7 τότε περιοριστικό στοιχείο είναι το άζωτο.

Στις λίμνες ο φωσφόρος των ιζημάτων είναι μια αυτόχθονη λανθάνουσα πηγή για το νερό που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά τη μελέτη της τροφικής τους κατάστασης. Στα ιζήματα των λιμνών συχνά οι ποσότητες του φωσφόρου που συγκροτούνται είναι μεγαλύτερες κατά 50 – 500 φορές από ότι στο υπερκείμενο νερό. Στις αβαθείς λίμνες βρέθηκε ότι η ανακύκλωση του φωσφόρου των ιζημάτων αποτελεί σπουδαιότερη πηγή από ότι τα φορτία των εξωτερικών πηγών.

Στα συστήματα των υδατορευμάτων, οι πιο ενδιαφέρουσες μεταβλητές για τη μελέτη της δυναμικής του φωσφόρου είναι η συγκέντρωση του και το φορτίο του (συγκέντρωση επί την παροχή) σαν συνάρτηση του χρόνου και της απόστασης. Η συγκέντρωση αποτελεί ένδειξη της περιεκτικότητας του νερού και έχει σχέση με την ανάπτυξη των φυτών του ποταμού, ενώ το φορτίο είναι μια μέτρηση της εισροής και της εκροής φωσφόρου. Όσο αφορά την τροφική κατάσταση των λιμνών σε σχέση με το φωσφόρο αυτή εκτιμάται με τη μέτρηση ορισμένων χαρακτηριστικών της λίμνης

όπως ο ολικός φωσφόρος. Επειδή ο φωσφόρος είναι συνήθως ο περιοριστικός παράγοντας στις λίμνες έχει γίνει προσπάθεια να συσχετιστεί η τροφική κατάσταση της λίμνης με τη μέση ετήσια συγκέντρωση φωσφόρου στη λίμνη. Έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι και μοντέλα προς την κατεύθυνση αυτή. Η σχέση της τροφικής κατάστασης των λιμνών με τη συγκέντρωση ολικού φωσφόρου στη λίμνη και τη φόρτιση με ολικό φωσφόρο που έγινε αποδεκτή από τον ΟΟΣΑ δίνεται με τον πίνακα 2.1 (Eutrophication, 1982).

**Πίνακας 2.1** Κατηγορίες τροφικής κατάστασης

Τροφική κατάσταση της λίμνης	Συγκέντρωση ολικού φωσφόρου στη λίμνη g/TP/m <sup>3</sup>	Φόρτιση ολικού φωσφόρου της λίμνης, KgP/day
1	2	3
Ολιγότροφος	< 0,010	< 20
Μεσότροφος	0,010 – 0,035	20 – 92
Ευτροφική	0,035 – 0,100	92 – 330
Υπερτροφική	> 0,100	> 330

## 2.3 Στοχαστικά μοντέλα χρονοσειρών

### 2.3.1 Εισαγωγή στις χρονοσειρές

Χρονική σειρά είναι μια οικογένεια τυχαίων μεταβλητών  $X_t$ ,  $t \in T$ , όπου  $T$  είναι μια χρονική περίοδος ή υποσύνολο του χώρου. Αν το  $T$  συνεχές, η χρονική σειρά λέγεται συνεχής, ενώ αν το  $T$  διακριτό και η σειρά λέγεται διακριτή.

Στην πράξη ασχολούμαστε κυρίως με διακριτές χρονικές σειρές στις οποίες μάλιστα οι παρατηρήσεις λαμβάνονται σε ισαπέχοντα χρονικά διαστήματα. Αν λοιπόν έχουμε  $N$  διαδοχικές τιμές, τότε γράφουμε  $X_1, X_2, \dots, X_N$  για να δηλώσουμε παρατηρήσεις που έγιναν στους χρόνους  $\tau_0 + h, \tau_0 + 2h, \dots, \tau_0 + Nh$ . Το  $\tau_0$  και το  $h$

μπορεί να είναι σημαντικά αλλά και άνευ σημασίας. Γενικά  $X_t$ , είναι η παρατήρηση στο χρόνο  $t$ .

Ακόμη, ξέρουμε ότι, ένα στάσιμο φαινόμενο που εκτυλίσσεται μέσα στο χρόνο, σύμφωνα με τους νόμους των πιθανοτήτων, καλείται στοχαστική διαδικασία. Η χρονική σειρά λοιπόν μπορεί να θεωρηθεί στοχαστική διαδικασία με πεπερασμένο πλήθος παρατηρήσεων.

Τέλος θα μπορούσαμε να πούμε απλά ότι, η χρονική σειρά είναι ένα σύνολο παρατηρήσεων που λαμβάνονται παίρνοντας μετρήσεις μιας τυχαίας μεταβλητής, σε κανονικά χρονικά διαστήματα.

Στην Οικονομία, Κλιματολογία, Βιολογία, Υδρολογία, Φυσική, Οικολογία, Ωκεανογραφία κλπ. έχουμε παρατηρήσεις που μπορούν να χαρακτηριστούν χρονικές σειρές. Για παράδειγμα η μηνιαία καταγραφή της παροχής, της ηλεκτραγωγιμότητας, των νιτρικών, της θερμοκρασίας κ.λ.π. αποτελούν χρονικές σειρές.

Δύο βασικές συναρτήσεις χρησιμοποιούνται στην ανάλυση Χρονικών σειρών

- η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης και
- η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης

Πριν προχωρήσουμε στην προσαρμογή ενός μοντέλου θα πρέπει να ελέγξουμε τις παρατηρήσεις μήπως είναι ανεξάρτητες οπότε η προσαρμογή μοντέλου δεν είναι δυνατή.

### Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF)

Ονομάζουμε **θεωρητική αυτοδιασπορά** (autocovariance)  $\gamma_k$  υστέρησης  $k$ , της στάσιμης χρονικής σειράς  $X_t$ , την ποσότητα:

$$\gamma_k = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) = \text{Cov}(X_t, X_{t+k})$$



δηλ. τη συνδιασπορά μεταξύ της παρατήρησης  $X_t$  και της  $X_{t+k}$  που γίνεται ύστερα από  $k$  χρονικά διαστήματα, δηλαδή με υστέρηση  $k$ . Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει:

$$\gamma_k = \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) = \text{Cov}(X_{t-k}, X_t) = \gamma_{-k}$$

και 
$$\gamma_0 = \sigma_x^2$$

Επειδή η διασπορά των παρατηρήσεων είναι σταθερή, (αναφερόμαστε σε στάσιμη χρονοσειρά), μπορούμε στη συνέχεια να ονομάσουμε **θεωρητική αυτοδιασπορά** (autocorrelation) υστέρησης  $k$ , την ποσότητα.

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad k = 0, \quad \pm 1, \pm 2, \dots$$

Ο παραπάνω ορισμός συνεπάγεται  $\rho_0 = 1$  και  $\rho_k = \rho_{-k}$

**Δειγματική αυτοδιασπορά**  $c_k$  ονομάζεται η ποσότητα:

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X}), \quad k = 0, \quad \pm 1, \pm 2, \dots,$$

όπου 
$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_N}{N}$$

είναι η δειγματική μέση τιμή της σειράς.

**Δειγματική αυτοσυσχέτιση**  $r_k$  ονομάζεται η ποσότητα

$$r_k = \frac{c_k}{c_0}, \quad k = 0, \quad \pm 1, \pm 2, \dots,$$

για  $k = 0$  
$$c_0 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2 = S_X^2$$

δηλαδή η αυτοδιασπορά υστέρησης μηδέν είναι ίση με τη διασπορά της χρονικής σειράς.

Η αυτοσυσχέτιση υστέρησης  $k$  είναι ένα μέτρο της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των δειγμάτων  $X_1, X_2, \dots, X_{N-k}$  και  $X_{k+1}, X_{k+2}, \dots, X_N$  και δείχνει αν τα δύο αυτά δείγματα, τα οποία αποτελούνται από παρατηρήσεις της ίδιας σειράς αλλά που απέχουν μεταξύ τους  $k$  χρονικά διαστήματα, είναι γραμμικά συσχετισμένα ή όχι. Ο δειγματικός συντελεστής αυτοσυσχέτισης χρησιμοποιείται για τον έλεγχο σημαντικότητας του θεωρητικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης.

Έχει αποδειχθεί ότι:

$$E(r_k) = \rho_k$$

και 
$$Var(r_k) \cong \frac{1}{N} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\rho_m^2 + \rho_{m+k} \rho_{m-k} + 2\rho_k^2 \rho_m^2 - 4\rho_k \rho_m \rho_{m-k})$$

(Bartlett, 1946)

ή όταν το  $N$  είναι πολύ μεγάλο

$$Var(r_k) \cong \frac{1}{N} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho_m^2$$

Προσεγγιστικά λαμβάνεται  $Var(r_k) \cong \frac{1}{N}$  οπότε η σημαντικότητα του

$r_k$  ελέγχεται με το στατιστικό  $z_{\alpha/2} / \sqrt{N}$

Από τον ορισμό του  $c_k$  προκύπτει ότι για μεγάλες τιμές του  $k$ , μικρό μέρος των παρατηρήσεων παίρνει μέρος στον ορισμό του, πράγμα που σημαίνει ότι αξιοποιεί λιγότερες πληροφορίες και κάνει τη δειγματική αυτοδιασπορά λιγότερο αξιόπιστη για την εκτίμηση του θεωρητικού  $\gamma_k$ . Στην πράξη χρησιμοποιούμε συνήθως τιμές του  $c_k$  για  $k \leq N/4$  (Box and Jenkins, 1976).

### Συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF)

Η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης συμβολίζεται  $\phi_{kk}$  θεωρούμενη ως ο συντελεστής παλινδρόμησης της τελευταίας «μεταβλητής» που υπεισέρχεται στο AR(k) μοντέλο, περιγράφει τη σημαντικότητα της τελευταίας αυτής μεταβλητής. Δηλαδή, αν ο συντελεστής  $\phi_{kk}$  είναι σημαντικά διάφορος του μηδενός, τότε το μοντέλο k τάξεως, είναι προτιμότερο από το μοντέλο τάξης k-1.

Επομένως ο υπολογισμός των  $\phi_{kk}$  έχει πρακτική σημασία στην εκτίμηση της τάξης του μοντέλου.

Πράγματι αν η τάξη του μοντέλου που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι p, τότε ισχύει:

$$\phi_{kk} \neq 0 \text{ για } k \leq p$$

$$\phi_{kk} = 0 \text{ για } k > p$$

Στην πράξη υπολογίζεται η δειγματική συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης για  $k = 1, 2, \dots$  και ελέγχεται ως προς τη σημαντικότητα της ανεξαρτησίας.

Ένας εύκολος αλγόριθμος για τον υπολογισμό των δειγμάτων μερικών αυτοσυσχετίσεων (Box and Jenkins 1976) είναι ο παρακάτω:

$$\hat{\phi}_{kk} = \begin{cases} r_1 & k = 1 \\ \frac{r_k \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} r_j} & k = 2, 3, \dots, k \end{cases}$$

$$\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j} \quad j = 1, 2, \dots, k-1$$

Όπου

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} \quad \text{και} \quad c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})$$

Για τον έλεγχο της σημαντικότητας των  $\phi_{kk}$ , χρησιμοποιείται το θεώρημα:

$$\hat{\phi}_{kk} \sim N(0, \frac{1}{N}) \quad \text{για } k \geq \rho + 1.$$

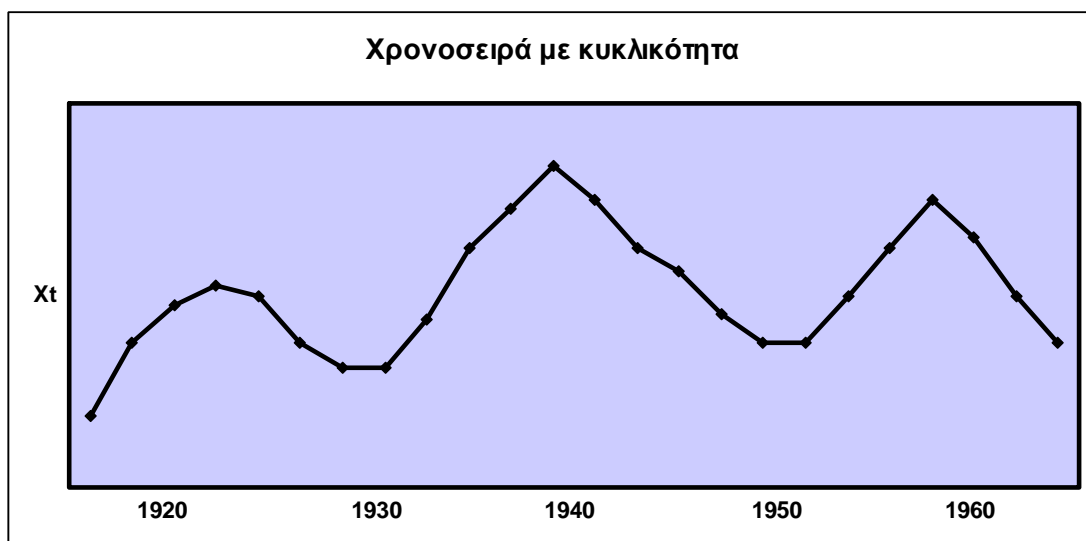
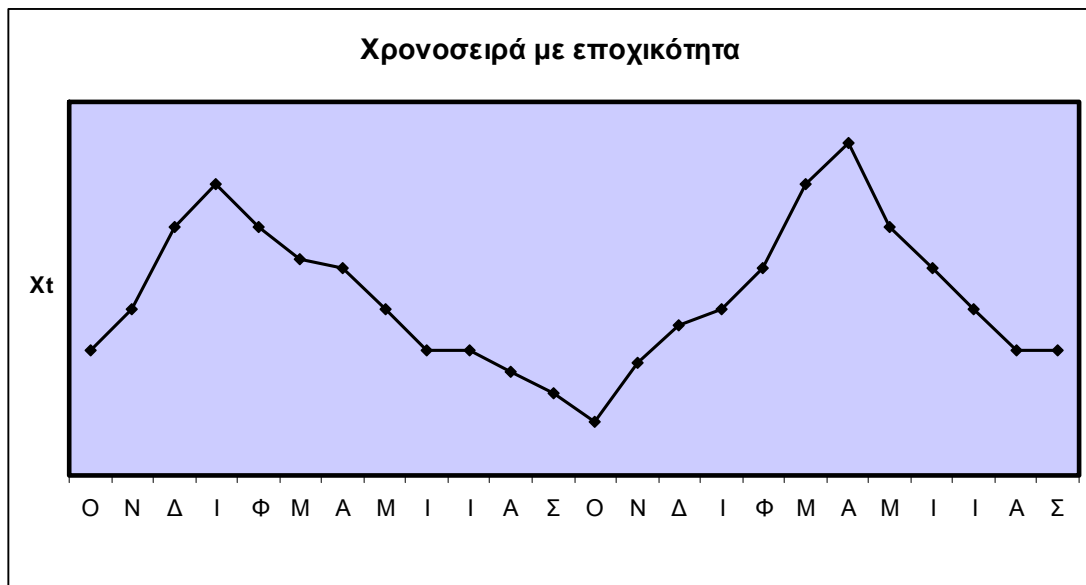
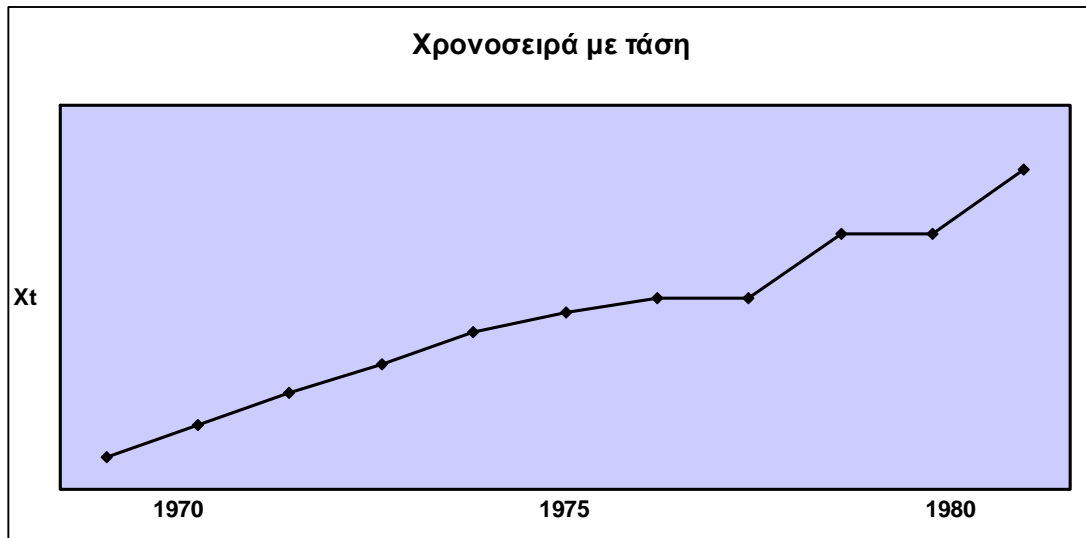
Οπότε ως απορριπτική περιοχή της μηδενικής υπόθεσης  $H_0: \phi_{kk} = 0$ , ( με εναλλακτική  $H_1: \phi_{kk} \neq 0$ ) ορίζεται η  $|\hat{\phi}_{kk}| > z_{\alpha/2} / \sqrt{N}$  όπου  $N$  το πλήθος των παρατηρήσεων της χρονικής σειράς.

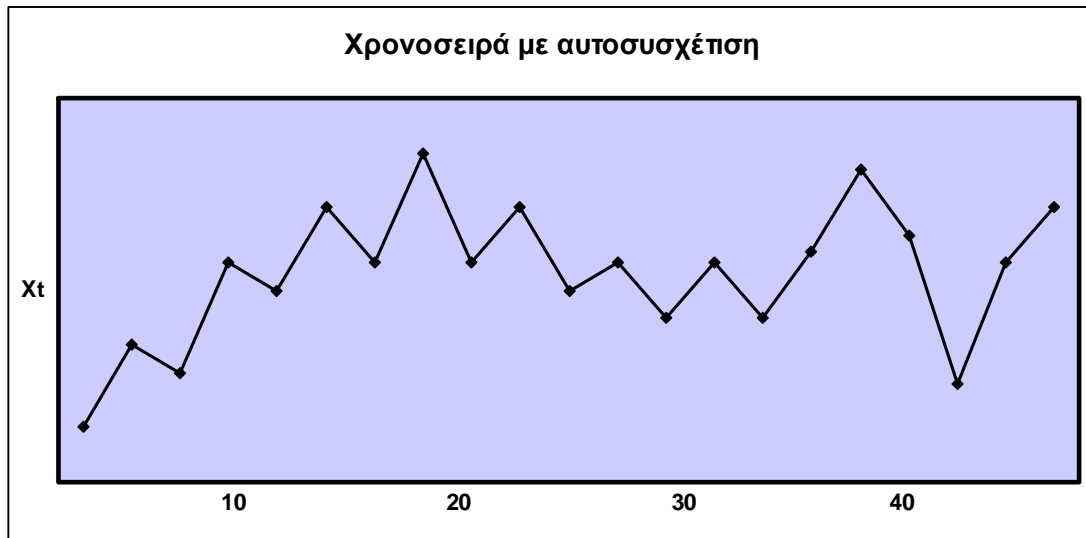
Με τη χρήση του SPSS στο γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων, χαράσσεται και το 95% διάστημα εμπιστοσύνης με όρια  $\pm \frac{2}{\sqrt{N}}$  για τον έλεγχο της σημαντικότητας των δύο συναρτήσεων.

### Δοκιμές τυχειότητας

Μετά την εξέταση του γραφήματος μιας χρονοσειράς και πριν τη στατιστική ανάλυση είναι χρήσιμο να εξετασθεί αν η σειρά αποτελείται ή όχι από ανεξάρτητες τυχαίες παρατηρήσεις. Στις περισσότερες περιπτώσεις ο μη τυχαίος χαρακτήρας της χρονοσειράς είναι προφανής αλλά υπάρχουν και σειρές (όπως π.χ. οι ετήσιες βροχοπτώσεις και οι ετήσιες παροχές) όπου χρειάζεται να ελεγχθεί η τυχειότητα των παρατηρήσεων.

Η μηδενική υπόθεση ( $H_0$ ) είναι ότι οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες. Οι εναλλακτικές υποθέσεις είναι πολλές και περιλαμβάνουν όλες τις περιπτώσεις εξάρτησης των παρατηρήσεων π.χ. τάση, εποχικότητα, κυκλικότητα και αυτοσυσχέτιση (εικόνα 2.10) και για το λόγω αυτό χρησιμοποιούνται συνήθως πολλές δοκιμές τυχειότητας. Εδώ περιγράφονται μερικές μη παραμετρικές δοκιμές δηλαδή αυτές που δεν προϋποθέτουν παραδοχές σχετικά με τη μορφή της κατανομής των παρατηρήσεων.





Εικόνα 2.10 Παράδειγμα χρονοσειρών με τάση, εποχικότητα, κυκλικότητα και αυτοσυσχέτιση

### (Α) Συντελεστής Συσχέτισης Βαθμού Spearman

Η δοκιμή αυτή γίνεται ως εξής:

Οι παρατηρήσεις  $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$  αντικαθίστανται από τους βαθμούς τους (ranks)  $y_i$  κατά αυξανόμενη σειρά μεγέθους. Ο συντελεστής συσχέτισης βαθμού Spearman είναι

$$r_s = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^n (y_i - i)^2$$

Αν ισχύει η μηδενική υπόθεση η ασυμπτωτική κατανομή του  $r_s (n > 30)$  είναι κανονική με μέση τιμή και διασπορά αντίστοιχα

$$E(r_s) = 0, V(r_s) = \frac{1}{n-1}$$

Η μηδενική υπόθεση  $H_0: R_{sp} = 0$  (δεν υπάρχει συσχέτιση) ως προς την εναλλακτική  $H_1: R_{sp} \neq 0$  (υπάρχει συσχέτιση) ελέγχεται με τη στατιστική συνάρτηση:

$$t = r_{sp} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{sp}^2}}$$

η οποία ακολουθεί  $t$  κατανομή με  $n-2$  βαθμούς ελευθερίας και οι τιμές της δίνονται σε πίνακα (Dahmen and Hall 1990).

Η δοκιμή γίνεται με την ανοιγμένη μεταβλητή (Owen, 1962).

$$z = r_s \sqrt{n-1}$$

Έτσι η μηδενική υπόθεση γίνεται δεκτή αν:  $t_{n-2, \frac{\alpha}{2}} < t < t_{n-2, 1-\frac{\alpha}{2}}$

### (B) Συντελεστής Συσχέτισης Βαθμού Kendall

Για τη δοκιμή αυτή υπολογίζουμε για κάθε παρατήρηση  $x_i$  τον αριθμό  $n_i$  των προηγούμενων παρατηρήσεων  $x_j$  ( $j < i$ ) των οποίων ο βαθμός  $y_j$  είναι μικρότερος από το  $y_i$ .

Η στατιστική συνάρτηση  $t$  της δοκιμής αυτής είναι

$$t = \sum_i n_i$$

της οποίας η κατανομή είναι ασυμπτωτικά κανονική με μέσο και διασπορά αντίστοιχα

$$E(t) = \frac{n(n-1)}{4}$$

$$V(t) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{72}$$

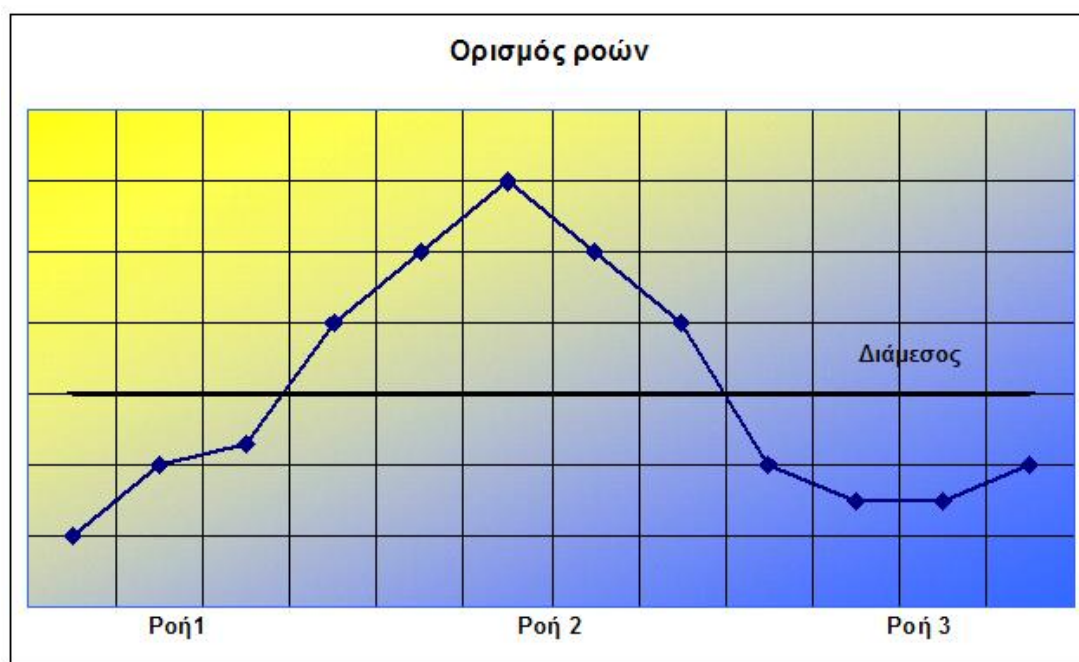
και συνεπώς η δοκιμή γίνεται με την ανοιγμένη στατιστική συνάρτηση

$$u(t) = \frac{t - E(t)}{\sqrt{V(t)}}$$

Η δοκιμή Kendall έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εντόπιση του χρονικού σημείου εμφάνισης τάσης (Sneyers, 1975).

### (Γ) Δοκιμή Ροών (Τάση και Εποχικότητα)

Η ροή μιας σειράς παρατηρήσεων είναι μια συνεχής σειρά αλληλοδιαδόχων παρατηρήσεων που όλες είναι μεγαλύτερες ή μικρότερες από ένα δεδομένο αριθμό, συνήθως την διάμεσο των παρατηρήσεων.



**Εικόνα 2.11** Ορισμός ροών

Η δοκιμή ροών στηρίζεται στο ότι οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες και ακολουθούν την ίδια κατανομή και υπάρχουν:

1. ροές με παρατηρήσεις μεγαλύτερες και
2. ροές με παρατηρήσεις μικρότερες από ένα δεδομένο αριθμό (συνήθως την διάμεσο).

Ο μέσος και η τυπική απόκλιση του ολικού αριθμού ροών  $U$  είναι αντιστοίχως:

$$E(U) = 1 + \frac{2\alpha\beta}{n}$$



$$S(U) = \sqrt{\frac{2\alpha\beta(2\alpha\beta - n)}{n^2(n^2 - 1)}}$$

Όπου  $\alpha + \beta = n$

Για μικρά δείγματα χρησιμοποιούνται οι πίνακες κατανομής του U (Owen, 1962). Για μεγάλα δείγματα ( $n > 20$ ) μπορούμε, να χρησιμοποιήσουμε τους πίνακες της τυπικής κανονικής κατανομής (Box and Jenkins, 1976).

#### **(Δ) Δοκιμή Ροών Ανερχόμενων και Κατερχόμενων Παρατηρήσεων**

Η ροή ανερχόμενων παρατηρήσεων είναι μια σειρά αλληλοδιαδόχων παρατηρήσεων που η επόμενη είναι μεγαλύτερη της προηγούμενης. Ορίζουμε αντίστοιχα τη ροή κατερχόμενων παρατηρήσεων.

Ο μέσος και η τυπική απόκλιση του ολικού αριθμού  $u$  των ανερχομένων και των κατερχομένων ροών είναι αντίστοιχα:

$$E(u) = \frac{2n-1}{n}$$

$$S(u) = \sqrt{\frac{(16n-29)}{90}}$$

Για μικρά δείγματα χρησιμοποιούνται οι πίνακες της κατανομής του  $u$ , (Owen, 1962), ενώ για μεγάλα δείγματα μπορούν να χρησιμοποιούνται οι πίνακες της τυπικής κανονικής κατανομής.

#### **(Ε) Δοκιμή Αυτοσυσχέτισης**

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης  $k$  τάξης (υστέρησης  $k$ ), όπως αναφέραμε και προηγούμενα, δίνεται από τον τύπο:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

Ο συντελεστής  $r_k$  ακολουθεί ασυμπτωτικά την κανονική κατανομή με μέση τιμή το θεωρητικό συντελεστή αυτοσυσχέτισης  $\rho_k$ , διασπορά  $\frac{1}{n}$  και συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας των παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Δηλαδή  $\rho_k \neq 0$  αν  $|r_k| > \frac{2}{\sqrt{n}}$  όπου  $n$  το πλήθος των παρατηρήσεων.

Αν  $\rho_k = 0$  για  $k=1,2,\dots$  τότε η σειρά είναι τυχαία.

### Η ιδιότητα της στασιμότητας

Μια χρονική σειρά λέγεται **στάσιμη** εάν κανένα από τα χαρακτηριστικά της δεν μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου. Τα κυριότερα χαρακτηριστικά που συνήθως μεταβάλλονται είναι: η μέση τιμή, η διασπορά, μπορεί ακόμη να υπάρχει περιοδικότητα κ.λ.π.

Για να είναι μια χρονική σειρά στάσιμη θα πρέπει:

α)  $EX_t = \mu$  ,  $Var(X_t) = \sigma_x^2$   $\forall t \in T$  και

β)  $Cov(X_t, X_{t+k}) = \gamma_k$   $\forall t \in T$

Δηλαδή η συνδιασπορά (συμμεταβλητότητα) ανάμεσα σε δύο όρους της χρονικής σειράς εξαρτάται μόνο από την απόλυτη τιμή της χρονικής τους διαφοράς, η οποία στη βιβλιογραφία αναφέρεται ως υστέρηση (lag).

Όταν η σειρά δεν είναι στάσιμη συνήθως χρησιμοποιείται κάποιος μετασχηματισμός για την απομάκρυνση της μη στασιμότητας και στα μετασχηματισμένα δεδομένα προσαρμόζεται ένα στάσιμο μοντέλο χρονοσειρών. Οι

συνήθεις μετασχηματισμοί για την απομάκρυνση της τάσης π.χ. είναι η προσαρμογή κάποιας ευθείας στα δεδομένα και στα υπόλοιπα η προσαρμογή ενός ARMA μοντέλου, ενώ για τη σταθεροποίηση της διασποράς, η χρησιμοποίηση του λογάριθμου ή της τετραγωνικής ρίζας των παρατηρήσεων είναι οι δύο συνηθέστεροι μετασχηματισμοί.

### **Έλεγχος και απαλοιφή της τάσης**

Για τον έλεγχο της τάσης μιας χρονοσειράς συνήθως προσαρμόζεται στα δεδομένα μια ευθεία παλινδρόμησης με ανεξάρτητη μεταβλητή τον χρόνο και εξαρτημένη τις παρατηρήσεις μας, εκτιμάται η κλίση της ευθείας με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και ελέγχεται ως προς τη σημαντικότητά της. Αν η κλίση της ευθείας είναι σημαντική, σημαίνει ότι υπάρχει τάση στη χρονοσειρά.

Ένας άλλος απλός τρόπος για τον έλεγχο της τάσης είναι η ύπαρξη πολλών σημαντικών αυτοσυσχετίσεων. Συνήθως αν περισσότερες από 5-6 αυτοσυσχετίσεις είναι σημαντικές αυτό σημαίνει ότι υπάρχει τάση.

Τα τελευταία χρόνια ασχολήθηκαν πολλοί ερευνητές με τον έλεγχο ύπαρξης τάσης σε μια χρονοσειρά (Sneyers, 1975; Perron, 2001), με σκοπό τον προσδιορισμό της αύξησης ή της μείωσης των τιμών π.χ. μιας χημικής ουσίας που περιέχεται στο νερό, πράγμα που επηρεάζει την ποιότητα του.

Για την απαλοιφή της τάσης υπάρχουν στην πράξη δυο συνήθως τρόποι. Ο ένας στηρίζεται στο εξής σκεπτικό: εφόσον τα δεδομένα είναι εξαρτημένα και έχουν τάση, τα υπόλοιπα που προκύπτουν από την προσαρμογή της ευθείας δεν θα είναι ανεξάρτητα, άρα σε αυτά προσαρμόζουμε ένα ARIMA ή SARIMA μοντέλο.

Ο δεύτερος τρόπος είναι αυτός που προτάθηκε από τους Box and Jenkins (1976). Πρότειναν τη λήψη διαφορών (πρώτης, δεύτερης κ.λ.π.) των παρατηρήσεων,

μέχρι να επιτευχθεί στασιμότητα. Συνήθως χρησιμοποιούνται διαφορές μέχρι το πολύ δεύτερης τάξης.

### **Έλεγχος στασιμότητας της διασποράς**

Η στασιμότητα της διασποράς μιας σειράς μπορεί να ελεγχθεί με την εφαρμογή μιας δοκιμής τάσης στη σειρά των απολύτων τιμών των διαφορών των παρατηρήσεων από το μέσο της σειράς.

Η στασιμότητα της διασποράς της σειράς, επιτυγχάνεται με χρήση του μετασχηματισμού του λογαρίθμου ή της τετραγωνικής ρίζας.

### **2.3.2 Γραμμικά στάσιμα μοντέλα χρονοσειρών**

Για την ανάλυση χρονοσειρών, χρησιμοποιούμε διάφορα στοχαστικά μοντέλα. Τα γραμμικά στοχαστικά μοντέλα τα εισήγαγαν οι Box and Jenkins από το 1976, εποχή που συνέπεσε με την έναρξη της ευρείας χρήσης των υπολογιστών.

Στοχαστική διαδικασία είναι το θεωρητικό μοντέλο, μια πραγματοποίηση του οποίου πρέπει να είναι η χρονοσειρά μας. Στην πράξη όταν λέμε μοντέλο χρονοσειράς εννοούμε τη στοχαστική διαδικασία που πραγματοποιεί τη χρονοσειρά.

Την οικογένεια των γραμμικών μοντέλων που παρουσίασαν οι Box and Jenkins περιγράφουμε παρακάτω. Αναλυτικότερα περιγράφουμε τα αυτοπαλινδρομούμενα μοντέλα  $AR(p)$ , τα Κινούμενου Μέσου  $MA(q)$  και τα μεικτά μοντέλα  $ARMA(p,q)$ .

Σ' αυτό το κεφάλαιο συμβολίσαμε με  $z_t$  τη χρονοσειρά. Στην ανάλυση χρονικών σειρών χρησιμοποιούμε κάποιους τελεστές, οι σημαντικότεροι των οποίων είναι:

$Bz_t = z_{t-1}, \quad B^m z_t = z_{t-m}$	Τελεστής προς τα πίσω μετατόπισης, (backward shift operator)
$Fz_t = B^{-1}z_t = z_{t+1}, \quad F^m z_t = B^{-m}z_t = z_{t+m}$	Τελεστής προς τα μπρος μετατόπισης, (forward shift operator)
$\nabla z_t = z_t - z_{t-1} = (1-B)z_t$	Τελεστής προς τα πίσω διαφορών, (backward difference operator)
$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$	Τελεστής αυτοπαλινδρόμησης τάξης p, (autoregressive operator of order p)
$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$	Τελεστής κινούμενου μέσου τάξης q, (moving average operator of order q)

Τους παραπάνω τελεστές θα χρησιμοποιήσουμε στα επόμενα για την αναλυτική παρουσίαση των μοντέλων:

#### **Αυτοπαλινδρομούμενα μοντέλα τάξης p (AR(p))**

Αυτοπαλινδρομούμενο μοντέλο τάξης p (AutoRegressive model), λέγεται το μοντέλο:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \quad 2.1$$

όπου  $a_t$  τα σφάλματα του μοντέλου για τα οποία υποθέτουμε ότι:

$$E(a_t) = 0 \quad \text{Var}(a_t) = \sigma_a^2$$

και  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  οι p άγνωστες παράμετροι του μοντέλου. Η σχέση 2.1 με τη βοήθεια του αυτοπαλινδρομούμενου τελεστού τάξης p γράφεται:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) z_t = a_t$$

ή ισοδύναμα

$$\phi_p(B) z_t = a_t$$

#### **Κινούμενου μέσου μοντέλα τάξης q (MA(q))**

Κινούμενου μέσου μοντέλο τάξης q (Moving Average model) λέγεται το μοντέλο:

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad 2.2$$

όπου  $a_t$  σφάλματα τέτοια ώστε:

$$E(a_t) = 0 \quad \text{Var}(a_t) = \sigma_a^2$$

και  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  οι  $q$  άγνωστες παράμετροι του μοντέλου. Η σχέση 2.2 με τη βοήθεια του τελεστού κινούμενου μέσου τάξης  $q$  γράφεται

$$z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t$$

ή ισοδύναμα

$$z_t = \theta(B) a_t$$

### Το μεικτό μοντέλο $ARMA(p, q)$

Το μεικτό μοντέλο τάξης  $p, q$  (AutoRegressive Moving Average model) ορίζεται ως εξής:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

ή 
$$\phi(B) z_t = \theta(B) a_t$$

όπου 
$$\begin{aligned} \phi(B) &= 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p \\ \theta(B) &= 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q \end{aligned}$$

Ένα  $ARMA(p, q)$  μοντέλο, μπορεί να θεωρηθεί:

α) ως  $AR(p)$  χρονική σειρά, με σφάλματα που ακολουθούν  $MA(q)$  χρονική σειρά.

Δηλαδή:

$$\phi(B) z_t = e_t, \quad \text{όπου } e_t = \theta(B) a_t$$

β) σαν  $MA(q)$  χρονική σειρά, με σφάλματα που ακολουθούν  $AR(p)$  χρονοσειρά.

Δηλαδή:

$$z_t = \theta(B)b_t \quad \text{όπου } b_t = \phi^{-1}(B)a_t$$

### Έλεγχος καταλληλότητας του μοντέλου

Υπάρχουν διάφορα κριτήρια για τον έλεγχο του μοντέλου. Η βασική ιδέα είναι η εξής: «εάν το μοντέλο είναι σωστό, τότε τα σφάλματα που προκύπτουν από την προσαρμογή του μοντέλου θα πρέπει να ακολουθούν Κανονική Κατανομή, με μέση τιμή μηδέν και κάποια διασπορά».

Οποιοσδήποτε έλεγχος προσαρμογής δεδομένων σε κανονική κατανομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο του μοντέλου. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον έλεγχο  $X^2$  ή το test Kolmogorov-Smirnov όπως επίσης οποιοδήποτε διάγραμμα π.χ. το Q-Q plot ή το P-P plot. Μπορούμε ακόμη να ελέγξουμε τις αυτοσυσχετίσεις των σφαλμάτων οι οποίες πρέπει να είναι ασήμαντες για να εξασφαλίσουμε ότι τα σφάλματα που προκύπτουν είναι ανεξάρτητα.

Τέλος υπάρχει ένας ακόμη έλεγχος (test Portmanteau) ο οποίος χρησιμοποιεί

$$\text{το στατιστικό κριτήριο:} \quad Q = N \sum_{s=1}^k r_s^2(\hat{a}_t) \quad 2.4$$

όπου  $N$  το πλήθος των παρατηρήσεων της χρονικής σειράς και  $r_s(\hat{a}_t)$  οι αυτοσυσχετίσεις των σφαλμάτων πλήθους  $k$ . Ο έλεγχος αυτός ελέγχει εάν οι  $k$  αυτοσυσχετίσεις των σφαλμάτων είναι όλες ασήμαντες. Το στατιστικό  $Q$  με την προϋπόθεση ότι τα δεδομένα μας ακολουθούν ARMA(p,q) μοντέλο ακολουθεί  $X^2$  – κατανομή με  $k - p - q$  βαθμούς ελευθερίας.

### Εύρεση τάξης του μοντέλου

Το σημαντικότερο κριτήριο για την αναζήτηση της καλύτερης τάξης ενός μοντέλου είναι το κριτήριο AIC (Akaike's information criteria). Αν  $t = 1, 2, 3, \dots, m$

είναι η τάξη του μοντέλου, υπολογίζεται η ποσότητα  $AIC(k) = N \log \frac{1}{a^2} + k$

όπου:  $n$  το πλήθος των παρατηρήσεων της σειράς

$1/\alpha^2$  η διασπορά των σφαλμάτων που εκτιμάται από την προσαρμογή του μοντέλου τάξης  $t$  και

$k=t$  ή  $t+1$  αν εκτιμάται και η μέση τιμή.

Η τάξη του μοντέλου που δίνει τη μικρότερη τιμή στο κριτήριο του AIC(k) είναι και η ενδεικνυόμενη για το μοντέλο μας. Υπάρχουν και διάφορες άλλες εκφράσεις του κριτηρίου του Akaike που βοηθούν στην επιλογή της τάξης του μοντέλου.

### 2.3.3 Γραμμικά μη στάσιμα μοντέλα χρονοσειρών

#### Τα ολοκληρωμένα μεικτά μοντέλα (ARIMA (p,d,q))

Στο προηγούμενο κεφάλαιο ασχοληθήκαμε με γραμμικά στάσιμα μοντέλα, μοντέλα δηλαδή που η μέση τιμή και η διασπορά των παρατηρήσεων δεν αλλάζει με το χρόνο.

Πολλές φορές όμως στην καθημερινή πρακτική, οι χρονικές σειρές δεν είναι στάσιμες. Μια από τις μεθόδους που ασχολούνται με τέτοιες χρονικές σειρές, η οποία συγχρόνως απαλείφει την τάση και προσαρμόζει μοντέλο και την οποία πρότειναν οι Box & Jenkins (1976) είναι αυτή που αντί της ίδιας χρονικής σειράς  $z_t$ , χρησιμοποιεί εκείνη που προκύπτει παίρνοντας πρώτες διαφορές, δηλαδή χρησιμοποιεί την  $y_t = z_t - z_{t-1}$

**Ολοκληρωμένα μεικτά μοντέλα (AutoRegressive Integrated Moving Average)**, λέγονται τα μοντέλα για τα οποία οι διαφορές  $d$ -τάξης, δίνουν μεικτές στάσιμες χρονικές σειρές ARMA (p,q).

Για να είναι μια χρονική σειρά ARMA (p,q) με μοντέλο



$$\phi(B)Z_t = \theta(B)\alpha_t$$

στάσιμη, πρέπει οι ρίζες της  $\Phi(\omega) = 0$  να είναι έξω από το μοναδιαίο κύκλο. Ας θεωρήσουμε τώρα ότι η παραπάνω σειρά δεν είναι στάσιμη, με  $d$ , μια από τις ρίζες της  $\Phi(\omega) = 0$ , να είναι πάνω στο μοναδιαίο κύκλο, ενώ οι υπόλοιπες είναι εκτός. Τότε είναι φανερό ότι:

$$\Phi(\omega) = \phi(\omega)(1 - \omega)^d$$

Όπου η  $\phi(\omega) = 0$ , έχει όλες τις ρίζες της, έξω από το μοναδιαίο κύκλο.

Το μοντέλο γράφεται:

$$\phi(B)(1 - B)^d Z_t = \theta(B)\alpha_t \quad 2.5$$

ή ισοδύναμα:

$$\phi(B)y_t = \theta(B)\alpha_t$$

όπου

$$y_t = (1 - B)^d Z_t = \nabla^d Z_t \quad 2.6$$

και ο  $\nabla^d$  ο «τελεστής προς τα πίσω διαφορών» τάξης  $d$  ( $\nabla^d = \nabla \nabla^{d-1}$ ). Από τα προηγούμενα είναι φανερό ότι το μοντέλο (3.1) είναι στάσιμο ARIMA μοντέλο και επειδή το  $Z_t$  προκύπτει από το  $y_t$  «ολοκληρώνοντας»  $d$  φορές τη σχέση 3.2, γι' αυτό το 3.1 λέγεται ολοκληρωμένο μεικτό μοντέλο.

Το ολοκληρωμένο μεικτό μοντέλο συμβολίζεται με ARIMA (p,d,q), όπου  $p$  η τάξη του αυτοπαλινδρομούμενου τελεστού,  $q$  η τάξη του τελεστού κινούμενου μέσου και  $d$  η τάξη του τελεστού προς τα πίσω διαφορών.

### Εκτίμηση των παραμέτρων ενός ARIMA μοντέλου

Θεωρούμε το ARIMA (p,d,q) μοντέλο:

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)\alpha_t$$

Η συνηθισμένη πορεία που ακολουθούμε στην πράξη, είναι η εξής:

α) ελέγχουμε αν οι μετρήσεις που έχουμε είναι εξαρτημένες ή όχι. Ο έλεγχος αυτός μπορεί να είναι περιττός, όταν η εξάρτηση είναι προφανής, μπορεί όμως να χρειάζεται να εφαρμόσουμε μια ή περισσότερες από τις δοκιμές τυχαιότητας που περιγράψαμε. Έτσι ένδειξη ύπαρξης τάσης, εποχικότητας, αλλαγής μεταβλητότητας κ.λ.π. αποτελούν το κίνητρο αυστηρότερων ελέγχων.

β) Κάνουμε το γράφημα των σημείων  $(t, Z_t)$  και ελέγχουμε «οπτικά» τη σειρά.

γ) για τις παρατηρήσεις όπως μας δόθηκαν, δηλαδή για  $d=0$ , βρίσκουμε τις αυτοσυσχετίσεις  $r_k$  και τις δειγματικές μερικές αυτοσυσχετίσεις  $\phi_{kk}$  και κάνουμε τα γραφήματα  $(k, r_k)$  και  $(k, \phi_{kk})$ .

Αν οι τιμές των αυτοσυσχετίσεων ελαττώνονται αργά, (δηλ. 5-6 ή και περισσότερες αυτοσυσχετίσεις παραμένουν σημαντικές), αυτό σημαίνει ότι η σειρά δεν είναι στάσιμη (υπάρχει τάση), οπότε παίρνουμε πρώτες διαφορές και συνεχίζουμε από το (α).

Η παραπάνω διαδικασία γίνεται τόσες φορές, ώσπου να πετύχουμε στασιμότητα. **Η στασιμότητα επιτυγχάνεται, όταν τα σημεία  $(t, Z_t)$  είναι τυχαία τοποθετημένα γύρω από μια μέση τιμή, ενώ οι αυτοσυσχετίσεις ελαττώνονται πολύ γρήγορα, όσο το  $k$  μεγαλώνει (Box and Jenkins, 1976).**

Συνήθως αρκεί  $d = 0, 1, 2$  και αυτοσυσχετίσεις το πολύ 20. Αφού με τον τρόπο αυτό εκτιμήσουμε το  $d$ , το επόμενο βήμα είναι να προσδιορίσουμε κατάλληλα  $p$  και  $q$ .

Ελέγχουμε τώρα ταυτόχρονα τα διαγράμματα αυτοσυσχετίσεων  $(k, r_k)$  και μερικών αυτοσυσχετίσεων  $(k, \phi_{kk})$  που αντιστοιχούν στο  $d$  που εκτιμήσαμε.

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1<sup>η</sup>) Αν τα  $r_k$  ελαττώνονται εκθετικά, ενώ τα  $\phi_{kk}$  είναι σημαντικά μέχρι  $k = p$  και ασήμαντα για  $k > p$ , τότε έχουμε  $AR(p)$  μοντέλο.

2<sup>η</sup>) Αν τα  $\phi_{kk}$  ελαττώνονται εκθετικά, ενώ τα  $r_k$  είναι σημαντικά μέχρι  $k = q$  και ασήμαντα για  $k > q$ , τότε έχουμε  $MA(q)$  μοντέλο.

3<sup>η</sup>) Αν οι αυτοσυσχετίσεις  $r_k$  και οι δειγματικές μερικές αυτοσυσχετίσεις  $\phi_{kk}$  ελαττώνονται εκθετικά, τότε οι παρατηρήσεις μας ταιριάζουν καλύτερα σένα  $ARMA(p, q)$  μοντέλο.

Ο καθορισμός των  $p$  και  $q$  στην πράξη είναι πιο πολύπλοκος, συνήθως θεωρούμε  $p$  τον αριθμό των σημαντικών μερικών αυτοσυσχετίσεων και  $q$  τον αριθμό των σημαντικών μερικών αυτοσυσχετίσεων, αλλά προτιμότερο είναι να χρησιμοποιούμε κάποιο αυστηρότερο κριτήριο (π.χ. Akaike) και πάντα να περιλαμβάνουμε στο μοντέλο μεταβλητές με σημαντικότητα μικρότερη του 5%. Όσα αναφέραμε παραπάνω είναι ενδεικτικά και όχι καθοριστικά γιατί οι αυτοσυσχετίσεις  $r_k$  έχουν μεγάλες διασπορές και δεν είναι ανεξάρτητες.

Μερικά παραδείγματα  $ARIMA(p, d, q)$  μοντέλων (με  $d \neq 0$ ) είναι τα εξής:

α) Το  $ARIMA(0,1,1)$ :  $\nabla z_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$

ή ισοδύναμα  $z_t - z_{t-1} = \alpha_t - \theta_1 \alpha_{t-1}$

Αντιστοιχεί σε  $\phi(B) = 1, \theta(B) = 1 - \theta_1 B$ .

Το μοντέλο περιέχει δύο παραμέτρους  $\theta_1$  και  $\sigma_\alpha^2$ .

β) Το  $ARIMA(0,2,2)$  μοντέλο:  $\nabla^2 z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\alpha_t$

ή ισοδύναμα: 
$$z_t - 2z_{t-1} + z_{t-2} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

Αντιστοιχεί σε  $\phi(B) = 1, \theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2$  και έχει παραμέτρους  $\theta_1, \theta_2$  και  $\sigma_a^2$ .

γ) Το ARIMA (1,1,1) μοντέλο: 
$$(1 - \phi_1 B) \nabla z_t = (1 - \theta_1 B) a_t$$

ή ισοδύναμα 
$$z_t - (1 + \phi_1) z_{t-1} + \phi_1 z_{t-2} = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

με  $\phi(B) = 1 - \phi_1 B$  και  $\theta(B) = 1 - \theta_1 B$ .

Το μοντέλο έχει τρεις παραμέτρους  $\phi_1, \theta_1$  και  $\sigma_a^2$

Ανακεφαλαιώνοντας δίνουμε τον πίνακα 2.2 που περιγράφει τη συμπεριφορά των  $\rho_k$  και  $\phi_{kk}$ , αφού προσδιορισθεί το d, για τα μοντέλα ARIMA (1,d,0), ARIMA (0,d,1), που είναι και τα πλέον συνήθη και επιπλέον τις αρχικές εκτιμήσεις των παραμέτρων.

Η συμπεριφορά των  $r_k$  και  $\phi_{kk}$  την οποία παρατηρούμε στην πράξη θα πρέπει να είναι ανάλογη.

**Πίνακας 2.2** Συμπεριφορά των  $r_k$  και  $\phi_{kk}$  των μοντέλων ARIMA (1,d,0) και ARIMA (0,d,1)

Μοντέλο	(1,d,0)	(0,d,1)
Συμπεριφορά των $\rho_k$	Μείωση εκθετική ή κυματοειδής	Μόνο $\rho_1 \neq 0$
Συμπεριφορά των $\phi_{kk}$	Μόνο $\phi_{11} \neq 0$	Μείωση εκθετική ή κυματοειδής
Αρχικές εκτιμήσεις των παραμέτρων	$\phi_1 = \rho_1$	$\rho_1 = -\frac{\theta_1}{1 + \theta_1^2}$
Επιτρέποντα όρια	$-1 < \phi_1 < 1$	$-1 < \theta_1 < 1$

### Εποχικά μοντέλα ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)<sub>s</sub> ή SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)<sub>s</sub>

Θα λέμε ότι μια σειρά έχει εποχικότητα  $s$  εάν οι παρατηρήσεις παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά ανά  $s$  χρονικά διαστήματα. Συνήθως οι μηνιαίες παρατηρήσεις ή οι παρατηρήσεις που μετρώνται κάθε εποχή, έχουν εποχικότητα 12 και 4 αντίστοιχα.

Η χρονικήσειρά με εποχικότητα κατά τους Box and Jenkins, μπορεί να προσομοιωθεί από ένα στοχαστικό εποχιακό ARIMA μοντέλο της μορφής:

$$\phi(B)\Phi(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D(z_t - \mu) = \theta(B)\Theta(B^s)a_t$$

όπου:

$t$ : είναι ο διακεκριμένος χρόνος,

$s$ : είναι η εποχικότητα

$B$ : είναι ο τελεστής προς τα πίσω διαφορών

$\mu$ : είναι ο μέσος όρος των θεωρηματικά απείρων όρων της σειράς που συνήθως παίρνεται σαν η μέση τιμή των όρων της πεπερασμένης χρονοσειράς  $Z_t$ ,

$a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$  είναι ο κανονικά ανεξάρτητα κατανεμημένος «λευκός θόρυβος»

των υπολοίπων (σφαλμάτων) με μέσο όρο 0 και μεταβλητότητα  $\sigma_a^2$ ,

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  είναι ο μη εποχιακός τελεστής αυτοσυσχέτισης (AR) τάξης  $p$ ,

$(1-B)^d = \nabla^d$  είναι ο μη εποχιακός τελεστής διαφορών τάξης  $d$  που δημιουργεί μη εποχιακή στασιμότητα των  $d$ -οστών διαφορών, όπου συνήθως  $d=0,1$  ή 2 όπως αναφέραμε.

$\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$  είναι ο εποχιακός τελεστής αυτοσυσχέτισης (AR) τάξης  $P$ ,

$(1 - B^s)^D = \nabla_s^D$  είναι ο εποχιακός τελεστής διαφορών τάξης D που δημιουργεί εποχιακή στασιμότητα των D-οστών διαφορών, όπου συνήθως  $D=0,1$  ή  $2$ ,

$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  είναι ο μη εποχιακός τελεστής κινούμενου μέσου (MA) τάξης q και

$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$  είναι ο εποχιακός τελεστής κινούμενου μέσου (MA) τάξης Q.

Το μοντέλο αυτό είναι το γενικότερο μοντέλο των χρονικών σειρών και συμβολίζεται  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ . Η τάξη του καθορίζεται από επτά σταθερές  $p,d,q,P,D,Q,s$ , οι οποίες σταθερές πρέπει να προσδιοριστούν και να είναι γνωστές προτού αρχίσει η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου, οι οποίες είναι σε πλήθος  $p+q+P+Q$ .

Για παράδειγμα, ο συμβολισμός  $(1,1,2)(1,1,1)_{12}$  αντιπροσωπεύει το στοχαστικό ARIMA μοντέλο:

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B)(1 - \Phi_1 B^{12})(1 - B^{12})(z_t - \mu) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)(1 - \Theta_1 B^{12})a_t$$

Αν το στοχαστικό ARIMA μοντέλο δεν είναι εποχιακό, ο συμβολισμός  $(p,d,q)$  είναι αρκετός, όπως αναφέρουμε στην παράγραφο 3.1. Αν επιπλέον,  $d=0$  τότε το  $(p,d,q)$  αντιπροσωπεύει το μεικτό ARMA(p,q) μοντέλο (παράγραφος 2.3)

Για τον προσδιορισμό των σταθερών  $s,D,P,Q,d,p,q$  με τη σειρά που αναφέρονται, ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία.

1. Κάνουμε το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων, οι οποίες όπως αναφέρθηκε, θα παρουσιάζουν μια πτώση αργή ή γρήγορη, εκθετική ή κυματοειδή. Αν για κάποια υστέρηση  $k=s$ , ο αντίστοιχος συντελεστής  $r_s$  εμφανίζεται πολύ σημαντικός σε σχέση με τους γειτονικούς του, τότε θεωρούμε ότι το μοντέλο

μας έχει εποχικότητα  $s$ . Υπολογίζουμε τις αυτοσυσχετίσεις  $r_s, r_{2s}, r_{3s}, \dots$  και από το ρυθμό μείωσης αυτών των αυτοσυσχετίσεων προσδιορίζουμε το  $D$ .

2. Στη συνέχεια από το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων υστέρησης  $s, 2s, 3s, \dots$  και τη σημαντικότητα των παραμέτρων, προσδιορίζουμε τις τιμές των  $P$  και  $Q$ , όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.
3. Προσαρμόζουμε το εποχικό μοντέλο  $ARIMA(P,D,Q)_s$  στις παρατηρήσεις μας και εκτιμάμε τα υπόλοιπα  $\hat{e}_t$ . Θεωρώντας τη σειρά των  $\hat{e}_t$  ως χρονική σειρά, αναζητούμε με τη μέθοδο που περιγράφηκε στην παράγραφο 3.1.1 κατάλληλο  $ARIMA(p,d,q)$  μοντέλο. Στη συνέχεια εκτιμούμε τις παραμέτρους του  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$  μοντέλου στο οποίο καταλήξαμε.

Όλα αυτά που αναφέραμε για τον καθορισμό του μοντέλου είναι ενδεικτικά. Είναι πολύ δύσκολο να καθορίσει κανείς επακριβώς το μοντέλο από τις αυτοσυσχετίσεις και τις μερικές αυτοσυσχετίσεις, γιατί η εικόνα που παρουσιάζουν τα γραφήματα τους, δεν είναι τόσο σαφής. Είναι όμως ο πιο απλός τρόπος και δε χρειάζεται γνώση της ανάλυσης χρονικών σειρών σε βάθος.

Η ανάλυση χρονικών σειρών με εποχικότητα απαιτεί τουλάχιστον  $7 \times s$  ή  $8 \times s$  παρατηρήσεις έτσι ώστε οι τουλάχιστον 36 και πλέον αυτοσυσχετίσεις που χρειάζονται για την εκτίμηση του εποχιακού μέρους του μοντέλου να είναι αξιόπιστες. Εξάλλου αν χρησιμοποιηθούν και οι τελεστές διαφορών  $\nabla^d, \nabla_s^D$  χρειάζονται ακόμη περισσότερες παρατηρήσεις, διότι η εφαρμογή τους έχει ως συνέπεια την απώλεια των πρώτων  $d+D$  παρατηρήσεων.

## 2.4 Στατιστικό πακέτο SPSS

Το στατιστικό πακέτο SPSS (Statistical Package for Social Sciences) είναι από τα πιο παλαιά λογισμικά που κατασκευάστηκαν για την εξυπηρέτηση όλων εκείνων που έχουν ανάγκη κάποιας μορφής στατιστικής ανάλυσης. Είναι από τα πιο εξελιγμένα υπολογιστικά προγράμματα στατιστικής με στόχο να καλύψει το σύνολο των γνωστότερων στατιστικών τεχνικών.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε η version 14.0. διαθέτει ένα αξιόλογο γραφικό περιβάλλον, καλύπτοντας όλο το χώρο της περιγραφικής στατιστικής και όχι μόνο. Ραβδογράμματα, ιστογράμματα, θηκογράμματα, διαγράμματα διασποράς (scatter plots), Q-Q plots, είναι μερικά από τα δημοφιλέστερα γραφήματα, που περιέχει.

Διαθέτει ένα πλήθος εντολών για μετασχηματισμούς δεδομένων για ανάλυση παλινδρόμησης, ανάλυση διασποράς, για διερευνητική ανάλυση, ανάλυση επιβίωσης, ανάλυση χρονοσειρών, καθώς και για πολυμεταβλητή ανάλυση.

Είναι ένα στατιστικό πακέτο με πολλές δυνατότητες για εισαγωγή δεδομένων και σαφή καταγραφή των αποτελεσμάτων όλων των διαδικασιών (στατιστικών αναλύσεων, γραφικών παραστάσεων, μετατροπών κλπ) που πραγματοποιήθηκαν σ' ένα σύνολο δεδομένων και μάλιστα με τη σειρά που εκτελέστηκαν.

Για την ανάλυση χρονοσειρών διαθέτει: γραφήματα, εντολές εκτίμησης παραμέτρων, στατιστικά για τον έλεγχο προσαρμογής ενός μοντέλου, στατιστικά για τη σύγκριση μοντέλων και τέλος δίνει δυνατότητα πρόβλεψης. Φυσικά όλες οι εντολές της βασικής έκδοσης SPSS είναι επίσης στη διάθεση του χρήστη.

Τα γραφήματα της ανάλυσης χρονοσειρών είναι:



- Το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς (autocorrelation function plot)
- Το γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων (partial autocorrelation function plot)

Από μόνο του το SPSS υπολογίζει 16 ACF και PACF αλλά δίνει τη δυνατότητα ο αριθμός των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων, να οριστεί από το χρήστη. Ακόμη υπάρχει η δυνατότητα υπολογισμού και κατασκευής γραφήματος μόνο των εποχικών ACF και PACF.

Εκτιμά τις παραμέτρους οποιουδήποτε  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$  μοντέλου του ζητηθεί, παραθέτοντας συγχρόνως το τυπικό σφάλμα και την πιθανότητα για τον έλεγχο της σημαντικότητας της κάθε μεταβλητής ( $H_0 : b_i = 0$  εναλλακτική  $H_1 : b_i \neq 0$ ). Υπολογίζει στατιστικά για την αξιολόγηση της προσαρμογής του μοντέλου. Τα στατιστικά αυτά είναι:

- **Stationary R-squared:** είναι ένα μέτρο που συγκρίνει το στάσιμο μέρος το μοντέλου με ένα απλό μέσο μοντέλο. Αυτό το μέτρο χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση μοντέλων στα οποία υπάρχει τάση ή εποχικότητα. Μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές, με ένα εύρος από μείον άπειρο έως ένα. Αρνητικές τιμές σημαίνει ότι το υπό εξέταση μοντέλο είναι χειρότερο από το βασικό μοντέλο (base line model), ενώ θετικές τιμές σημαίνει ότι είναι καλύτερο.
- **R-squared:** μια εκτίμηση της συνολικής μεταβλητότητας της σειράς που εξηγείται από το μοντέλο. Αυτό το μέτρο είναι περισσότερο χρήσιμο όταν η σειρά είναι στάσιμη, οι τιμές τις οποίες παίρνει και η σημασία τους είναι ακριβώς η ίδια με το Stationary R-squared.

- **Root Square Error (RSE):** η τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Ένα μέτρο του πόσο η εξαρτημένη χρονοσειρά  $y_t$  και η προβλεπόμενη από το μοντέλο  $\hat{y}_t$  διαφέρουν. Μετριέται σε μονάδες ίδιες με της εξαρτημένης μεταβλητής.
- **Mean Absolute Percentage error (MAPE):** μετρά την ίδια μεταβλητότητα με το προηγούμενο μέτρο, αλλά είναι ανεξάρτητο από μονάδες και έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέτρο σύγκρισης μοντέλων.
- **Mean Absolute error (MAE):** μετρά τη μεταβλητότητα της προσαρμογής του μοντέλου και αναφέρεται στις μονάδες της αρχικής σειράς.
- **Maximum Absolute Percentage Error (MaxAPE):** το μεγαλύτερο επί τις εκατό σφάλμα πρόβλεψης.
- **Maximum Absolute Error (MaxAE):** το μεγαλύτερο σφάλμα πρόβλεψης, εκφρασμένο στις ίδιες μονάδες με τη δοθείσα σειρά. Τα δύο παραπάνω μέτρα είναι χρήσιμα για να φτιάσουμε το χειρότερο σενάριο για τις προβλέψεις μας.
- **Normalized BIC:** είναι ένα μέτρο της συνολικής προσαρμογής του μοντέλου, που προσπαθεί να μετρήσει την πολυπλοκότητα του μοντέλου. Είναι ένα αποτέλεσμα που στηρίζεται στο μέσο τετραγωνικό σφάλμα και λαμβάνει υπόψη του τον αριθμό των παραμέτρων του μοντέλου και το μέγεθος της χρονοσειράς, απομακρύνοντας το πλεονέκτημα των μοντέλων με περισσότερες παραμέτρους, κάνοντας έτσι το στατιστικό εύκολο για σύγκριση διαφορετικών μοντέλων αποδεκτών για την ίδια χρονοσειρά.

Τα στατιστικά που υπολογίζει για την επιλογή μοντέλου και τα οποία στηρίζονται στην καλή προσαρμογή των residuals είναι: το κριτήριο του Akaike (AIC), το

στατιστικό του Schwarz's (SBC), το στατιστικό των Ljung-Box και μάλιστα για τις πρώτες 18 αυτοσυσχετίσεις (L-B Q(18)), καθώς επίσης τις τιμές και τα γραφήματα των ACF και PACF των υπολοίπων.

Για τα residuals της σειράς δίνει στοιχεία αξιολόγησης τους όπως το άθροισμα τετραγώνων των υπολοίπων (residuals sum of squares), το διορθωμένο άθροισμα τετραγώνων των υπολοίπων (adjusted residual sum of squares) που είναι καλύτερο μέτρο προσαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα όταν το πλήθος τους είναι μικρό σε σχέση με τον αριθμό των παραμέτρων και τη διασπορά των υπολοίπων.

Ακόμη δίνει τη δυνατότητα καθορισμού των συνθηκών τερματισμού της εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου καθορίζοντας είτε τον αριθμό των επαναλήψεων ή το μέγεθος της διαφοροποίησης των τιμών των παραμέτρων κάθε επανάληψης από την προηγούμενη. Στην έκδοση 14.0 υπάρχει η εντολή «expert modeler» που δίνει τη δυνατότητα αυτόματης επιλογής μοντέλου καθώς και όλες οι εντολές «βήμα προς βήμα» εκτίμησης μοντέλου που υπήρχαν και στις προηγούμενες εκδόσεις.

Από όλη τη δουλειά που έγινε στην παρούσα εργασία, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η παρατήρηση της χρονοσειράς, των στατιστικών του κάθε μοντέλου και η εμπειρία, μπορούν να οδηγήσουν σε καλύτερο μοντέλο από αυτό που δίνεται αυτόματα. Εξάλλου η χρήση της αυτόματης διαδικασίας προϋποθέτει και γνώση των δυνατοτήτων της εντολής. Συνήθως και οι δύο τρόποι χρησιμοποιούνται στην επιλογή του τελικού μοντέλου επικουρώντας ο ένας τον άλλο.

## Κεφάλαιο 3

### Αποτελέσματα

---

#### Εισαγωγή

Οι παράμετροι τις οποίες αναλύσαμε αφορούν τα ύδατα του Πηνειού ποταμού. Οι μετρήσεις έχουν ληφθεί σε μηνιαία βάση και πάρθηκαν από το πρώην Υπουργείο Γεωργίας. Αφορούν το διάστημα από τον Απρίλιο του 1980 έως το Δεκέμβριο του 1994 και είναι οι ακόλουθες:

- |                               |                         |
|-------------------------------|-------------------------|
| 1. Παροχή (Q)                 | 6. Ποσοστό κορεσμού (%) |
| 2. Ηλεκτρική αγωγιμότητα (EC) | 7. Νιτρικά ( $NO_3^-$ ) |
| 3. Ενεργός οξύτητα (pH)       | 8. Αμμωνιακά ( $NH_3$ ) |
| 4. Θερμοκρασία (T)            | 9. Ολικός φωσφόρος (TP) |
| 5. Διαλυμένο Οξυγόνο (DO)     |                         |

Οι παρατηρήσεις που αντιστοιχούν σε κάθε παράμετρο αποτελούν μια χρονοσειρά. Όλες οι παραπάνω χρονοσειρές είχαν ελλείπουσες τιμές και για την συμπλήρωση τους χρησιμοποιήθηκαν τρεις τρόποι: χρήση του μηνιαίου αριθμητικού μέσου όρου των διαθέσιμων παρατηρήσεων, όταν οι τιμές που έλειπαν ήταν λίγες, χρήση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης μεταξύ μετρήσεων δύο πολύ συσχετισμένων σταθμών σε κοινές χρονικές στιγμές του ή σχετικού τύπου και συνδυασμό των δύο από τους τρεις τρόπους στην περίπτωση που οι ελλείπουσες τιμές ήταν πολλές.

Κάθε μια από τις παραπάνω χρονοσειρές, αφού συμπληρώθηκε, αναλύθηκε. Για την ανάλυση, χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό πακέτο SPSS και μάλιστα η έκδοση 14.0, όπως προαναφέραμε.

Η ανάλυση της κάθε χρονοσειράς περιλαμβάνει την προσαρμογή μοντέλου και την επιλογή του καλύτερου αποδεκτού μοντέλου.

Για την προσαρμογή ενός μοντέλου χρησιμοποιήθηκε το γράφημα της χρονοσειράς και το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων. Ένα μοντέλο κρίνονταν καταρχήν αποδεκτό, όταν οι παράμετροι του ήταν διάφορες του μηδενός και τα υπόλοιπα, που προέκυπταν από την προσαρμογή του μοντέλου, ήταν ανεξάρτητα μεταξύ τους και προσαρμόζονταν στην κανονική κατανομή.

Η ανεξαρτησία των σφαλμάτων ελέγχονταν από το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων (όλες οι αυτοσυσχετίσεις των σφαλμάτων θα έπρεπε να είναι ασήμαντες) και με το test Ljung-Box του οποίου η σημαντικότητα θα έπρεπε να είναι μεγαλύτερη του 0,05. Η προσαρμογή στην κανονική κατανομή ελέγχθηκε με το Q-Q plot και με το test Kolmogorov-Smirnov, του οποίου η σημαντικότητα θα έπρεπε να είναι μεγαλύτερη του 0,05, ώστε να αποδεχτούμε τη μηδενική υπόθεση, δηλαδή την προσαρμογή στην κανονική κατανομή.

Για να συγκρίνουμε μοντέλα και να επιλέξουμε το καλύτερο, όταν υπήρχαν περισσότερα από ένα αποδεκτά, τα κριτήρια που χρησιμοποιήσαμε ήταν: το κριτήριο του Akaike (Akaike's Information Criterion, AIC), το κριτήριο του Schwarz's (Schwarz's Bayesian Criterion, SBC) και το γράφημα της προσαρμογής του μοντέλου. Το μοντέλο με τη μικρότερη τιμή των δύο παραπάνω κριτηρίων θεωρείτο πάντα το καλύτερο.

Άλλα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για τη σύγκριση των μοντέλων είναι τα ακόλουθα:

- Adjusted Residual Sum of Squares - Διορθωμένο άθροισμα τετραγώνων των υπολοίπων
- Residual Sum of Squares - Άθροισμα τετραγώνων των υπολοίπων
- Residual Variance - Διασπορά των υπολοίπων
- Model Std. Error - Τυπικό σφάλμα του μοντέλου
- Log-Likelihood - Η τιμή της συνάρτησης μέγιστης πιθανοφάνειας, που εκτιμά τις παραμέτρους του μοντέλου.

Οι χρονοσειρές που παρουσίασαν τάση με τη μέθοδο των Box and Jenkins, διερευνήθηκαν περισσότερο ως προς την τάση με τη μέθοδο της προσαρμογής ευθείας παλινδρόμησης και ελέγχου της κλίσης της ευθείας. Η ύπαρξη τάσης δείχνει τη μελλοντική αύξηση ή μείωση των τιμών της παραμέτρου που εξετάζεται, οπότε εξήχθησαν και τα σχετικά συμπεράσματα.

Στην υδρολογία υπάρχουν παράμετροι οι οποίες σχετίζονται μεταξύ τους θετικά ή αρνητικά. Έτσι διερευνήθηκε η συσχέτιση και το είδος της συσχέτισης μεταξύ των εννέα παραμέτρων που αναλύσαμε στην παρούσα εργασία. Επειδή οι παρατηρήσεις κάθε μιας παραμέτρου είναι αυτοσυσχετισμένες, η απευθείας εύρεση του συντελεστή συσχέτισης δεν επιτρέπεται. Για το λόγω αυτό βρέθηκε ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των υπολοίπων (residuals), που προέκυψαν από την προσαρμογή του μοντέλου που εκτιμήθηκε για κάθε μια παράμετρο.

Τα ARIMA στοχαστικά μοντέλα είναι μοντέλα που χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη. Δίνεται λοιπόν στο τέλος αυτού του κεφαλαίου ένα παράδειγμα πρόβλεψης και σύγκρισης τιμών μιας παραμέτρου με τις πραγματικές. Δηλαδή προσαρμόσαμε το μοντέλο που εκτιμήθηκε στο σύνολο των παρατηρήσεων όλων των

ετών εκτός του τελευταίου (1995), προβλέψαμε τις μετρήσεις των μηνών του έτους 1995 και τις συγκρίναμε με τις πραγματικές.

### 3.1.1 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου παροχή

Η χρονοσειρά των μηνιαίων τιμών της παραμέτρου παροχή αποτελείται από 188 παρατηρήσεις από τις οποίες όμως λείπουν 81 συνολικά. Το πλήθος των ελλειπουσών τιμών αποτελεί το 43% του συνόλου, ποσοστό πολύ υψηλό ώστε να συμπληρωθεί με τους απλούς τρόπους της στατιστικής.

Για τη συμπλήρωση των μηνιαίων τιμών της παραμέτρου, συνδυάστηκαν δύο μέθοδοι (Holder 1985):

1. Χρησιμοποίηση του μηνιαίου αριθμητικού μέσου όρου των διαθέσιμων παρατηρήσεων.
2. Εκτίμηση των τιμών που λείπουν με την εφαρμογή της απλής γραμμικής παλινδρόμησης ανάμεσα στη χρονοσειρά που πρόκειται να συμπληρωθεί και σε μια πλήρη χρονοσειρά παρατηρήσεων από τον ίδιο πληθυσμό και για την ίδια με την εξεταζόμενη χρονική περίοδο, με την προϋπόθεση ότι ο βαθμός συσχέτισης των χρονοσειρών αυτών είναι υψηλός.

Στην περίπτωση της παραμέτρου που αναλύουμε ως δεύτερη χρονοσειρά ελήφθησαν οι παρατηρήσεις του σταθμού Πυργετού (Τέμπη), με τον οποίο ο συντελεστής συσχέτισης του Υδατόπυργου είναι πολύ υψηλός (0,9753). Από το 1981 άρχισαν να γίνονται από τη Δ.Ε.Κ.Ε. καθημερινές μετρήσεις στάθμης στα Τέμπη (στη θέση Γόννοι) και στον Πυργετό στη γέφυρα της εθνικής οδού. Οι μετρήσεις στους Γόννους διακόπηκαν το 1989 ενώ στον Πυργετό συνεχίζονται μέχρι σήμερα. Δυστυχώς όμως και αυτές οι μετρήσεις παρουσιάζουν πολλά κενά, που δυσχεραίνουν την επεξεργασία τους.

Οι παρατηρήσεις σε «κοινές χρονικές» στιγμές μεταξύ των σταθμών Υδατόπυργου και Πυργετού παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1

**Πίνακας 3.1** Παροχή Υδατόπυργου και Πυργετού σε κοινές ημερομηνίες

Ημερομηνίες	Παροχή Υδατόπυργου	Παροχή Πυργετού
22-Απρ-80	99,6	113,88
21-Μαΐ-80	73,5	91,7
12-Φεβ-81	152,2	162,644
17-Μαρ-81	146,6	148,209
29-Σεπ-81	8,87	11,313
13-Μαΐ-87	66,14	87,726
8-Νοε-88	4,92	4,97
16-Ιαν-91	40	88,16
29-Ιαν-92	15,28	15,97
25-Ιαν-95	186,98	223,88

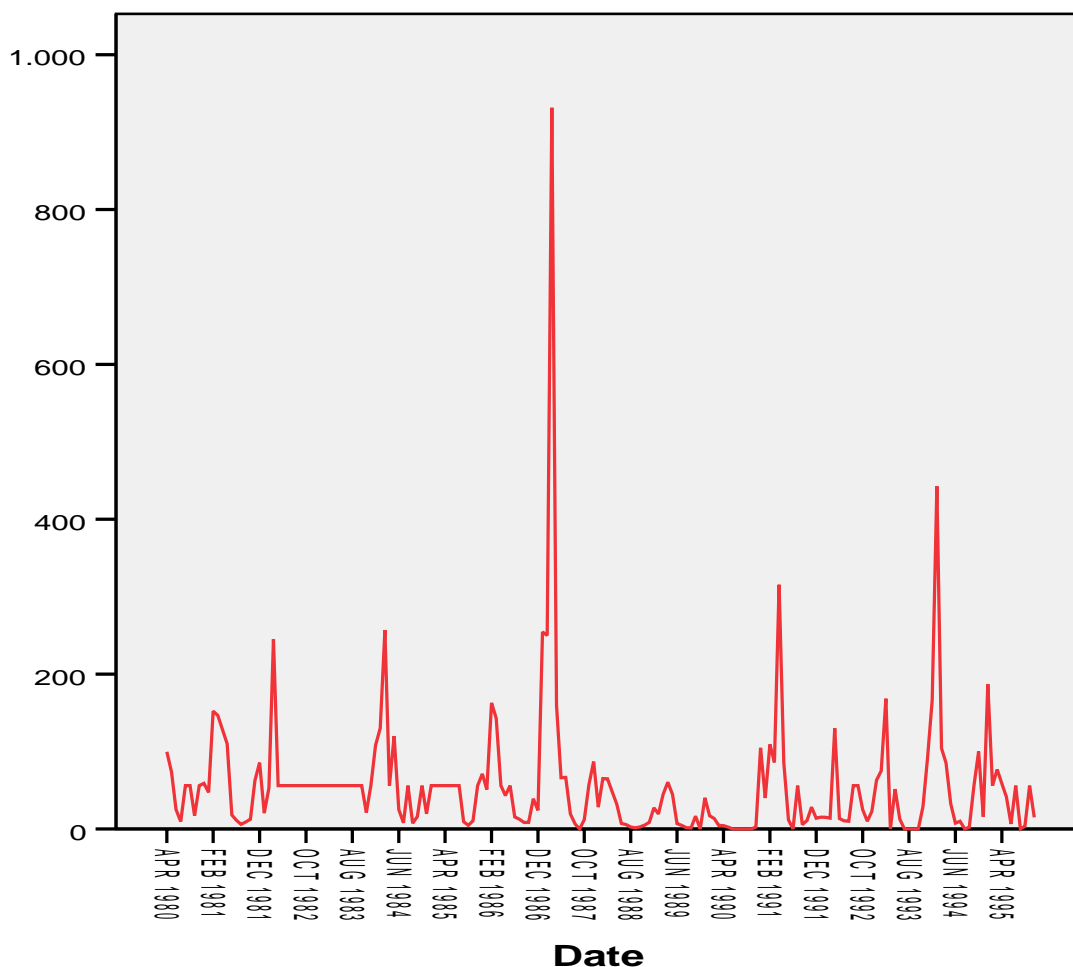
Η ευθεία παλινδρόμησης, η οποία εκτιμήθηκε βάσει των τιμών του πίνακα 3.1

είναι:  $Q_{\text{Υδατ}} = -5,02586 + 0,89024Q_{\text{Πυργετου}}$  (Με συντελεστή συσχέτισης  $r = 0,9753$ )

Με τη βοήθεια της παραπάνω ευθείας παλινδρόμησης, συμπληρώθηκαν 38 τιμές της παροχής στο σταθμό Υδατόπυργου, δηλαδή το 20% των παρατηρήσεων. Για τις τιμές αυτές υπήρχε η μέτρηση του σταθμού Πυργετού του ίδιου μήνα, οπότε η χρήση της ευθείας παλινδρόμησης ήταν εφικτή. Για τις υπόλοιπες τιμές που έλειπαν (43 σε πλήθος) δεν υπήρχαν αντίστοιχες μετρήσεις ούτε για το σταθμό Πυργετού, οπότε η χρήση της ευθείας που εκτιμήθηκε δεν ήταν δυνατή, με αποτέλεσμα να συμπληρωθούν με τον αριθμητικό μέσο όλων των υπολοίπων παρατηρήσεων, δηλαδή με την τιμή 56,01.

Στην εικόνα 3.1 παρουσιάζεται το γράφημα της συμπληρωμένης χρονοσειράς.



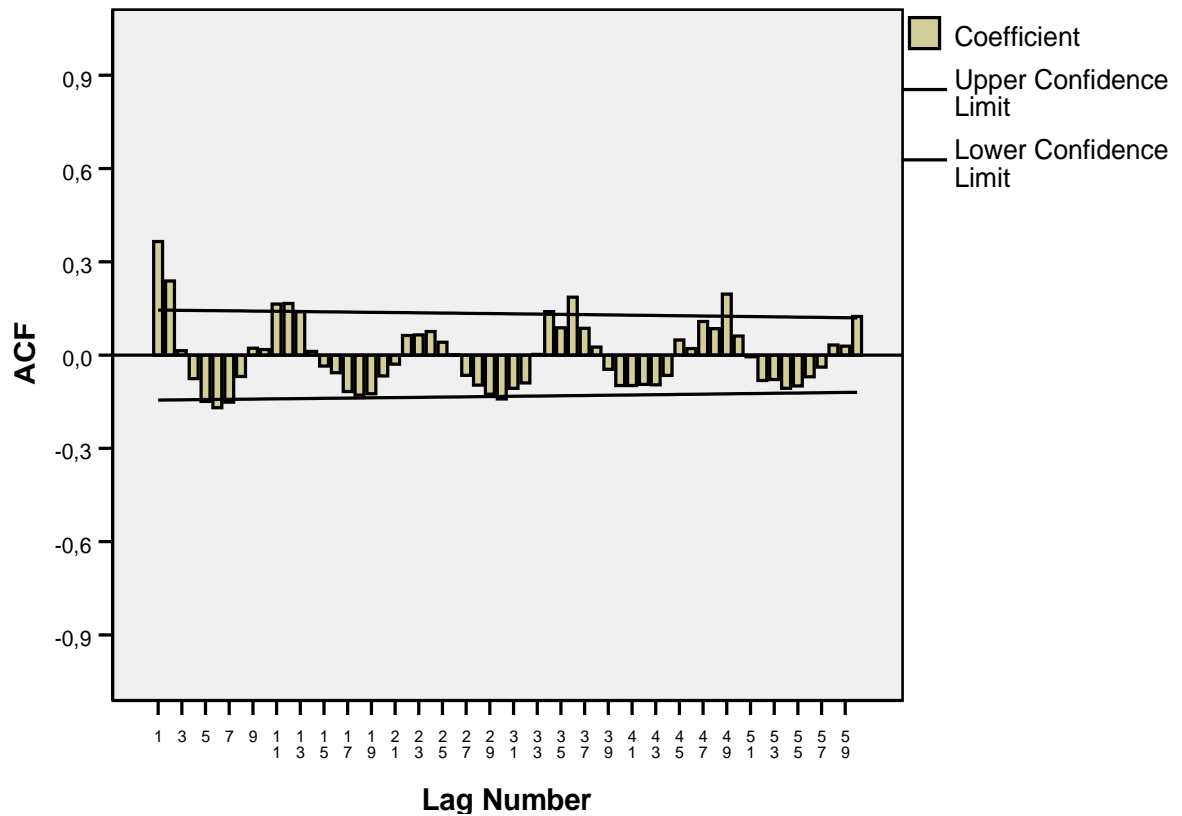


**Εικόνα 3.1** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου παροχή

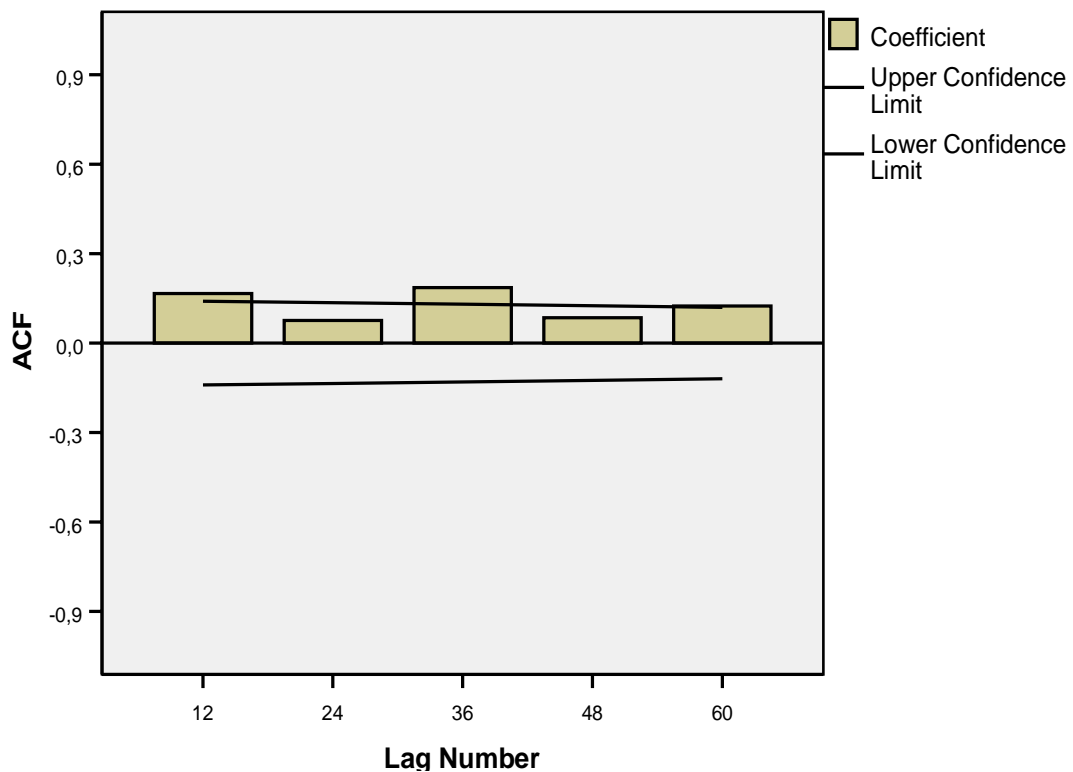
Από το γράφημα παρατηρούμε ότι υπάρχουν πολύ μεγάλες τιμές της παροχής τους μήνες Ιανουάριο, Φεβρουάριο, Μάρτιο και Απρίλιο του 1987. Επειδή δεν είναι γνωστοί και συγκεκριμένοι οι λόγοι ύπαρξής τους, αποφασίστηκε να μην αντιμετωπιστούν σαν ακραίες τιμές, αλλά να χρησιμοποιηθεί η χρονοσειρά με τη μορφή που απέκτησε μετά τη συμπλήρωση της.

Το γράφημα των 60 πρώτων αυτοσυσχετίσεων της σειράς για τον έλεγχο ύπαρξης εποχικότητας, παρουσιάζεται στην εικόνα 3.2, όπου φαίνεται ότι υπάρχει εποχικότητα ανά δώδεκα μήνες.

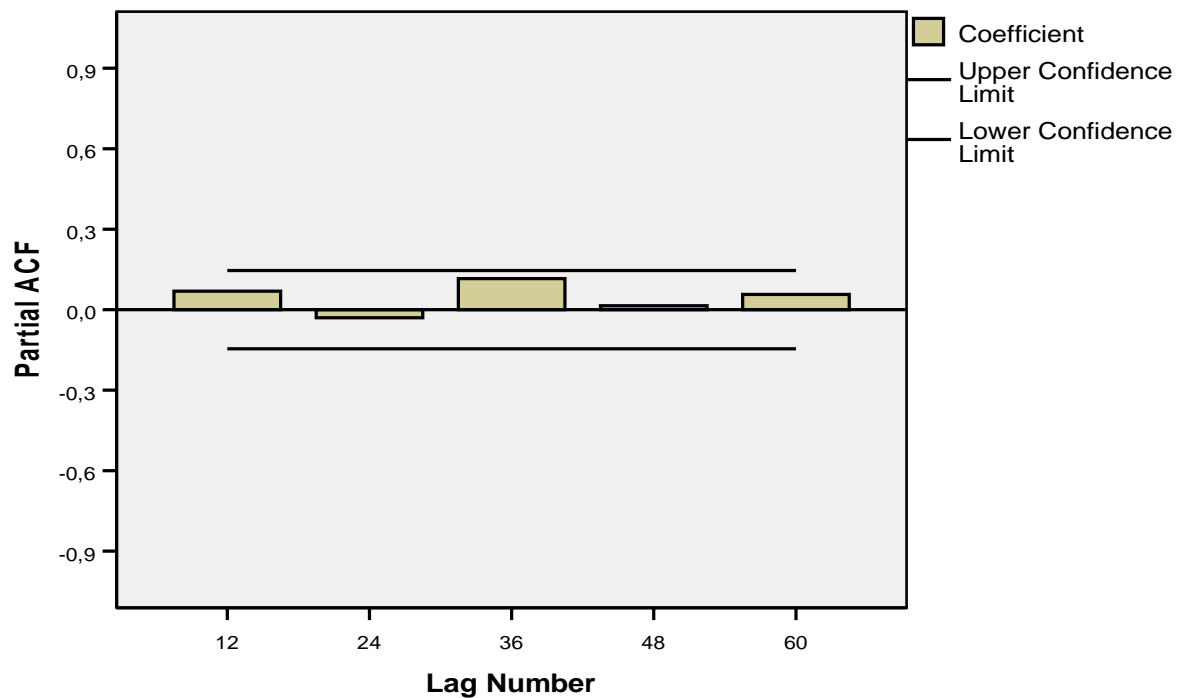
Τα γραφήματα των εποχικών αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων, παρουσιάζονται στις εικόνες 3.3 και 3.4 αντίστοιχα.



Εικόνα 3.2 Γράφημα 60 πρώτων αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς της παραμέτρου παροχή Q



Εικόνα 3.3 Γράφημα εποχικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς της παραμέτρου παροχή Q



**Εικόνα 3.4** Γράφημα εποχικών μερικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς της παραμέτρου παροχή

Συγκρίναμε διάφορα εποχικά μοντέλα και επιλέχθηκε το  $ARIMA(1,0,0)(1,0,1)_{12}$  ως το καλύτερο από άποψη σημαντικότητας των παραμέτρων, στατιστικών προσαρμογής και γενικά προσαρμογής του μοντέλου.

Χρησιμοποιήσαμε το μετασχηματισμό του νεπέριου λογάριθμου και στις μετασχηματισμένες παρατηρήσεις το καλύτερο μοντέλο που προσαρμόσαμε ήταν το  $ARIMA(2,0,0)(0,1,1)_{12}$ . Το μετασχηματισμό του νεπέριου λογάριθμου τον χρησιμοποιήσαμε επειδή παρατηρήσαμε ότι η μεταβλητότητα της χρονοσειράς παρουσιάζει μια διαφοροποίηση συναρτήσει του χρόνου, έτσι σκεφτήκαμε ότι ένας κατάλληλος μετασχηματισμός θα μπορούσε να οδηγήσει σε καλύτερο μοντέλο. Όμως, επειδή υπάρχουν μηδενικές παρατηρήσεις, προσθέσαμε στα αρχικά δεδομένα ένα σταθερό αριθμό (τον αριθμό 10). Η χρονοσειρά που προέκυψε δεν έχει καμία διαφορά σε σχέση με την αρχική χρονοσειρά, μόνο μια μετάθεση παράλληλη προς τον οριζόντιο άξονα. Τα στατιστικά και η προσαρμογή του μοντέλου δεν επηρεάζονται.

Τα στατιστικά σύγκρισης των δύο μοντέλων παρουσιάζονται στον πίνακα 3.2.

**Πίνακας 3.2** Στατιστικά σύγκρισης των δύο μοντέλων

	<b>ARIMA(1,0,0)(1,0,1)<sub>12</sub></b> <b>Q</b>	<b>ARIMA(2,0,0)(0,1,1)<sub>12</sub></b> <b>lnQ</b>
Adjusted Residual Sum of Squares	1210143,715	242,003
Residual Sum of Squares	1394865,063	247,201
Residual Variance	6371,169	1,399
Model Std. Error	79,820	1,183
Log-Likelihood	-1091,127	-263,644
Akaike's Information Criterion (AIC)	2190,255	533,289
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	2203,200	542,570

Στον πίνακα 3.2 είναι φανερή η υπεροχή των στατιστικών του δεύτερου μοντέλου.

Για τον έλεγχο των υπολοίπων που προκύπτουν από την προσαρμογή των δύο παραπάνω μοντέλων, δηλαδή η σημαντικότητα του test Ljung-Box Q(18) που αναφέρεται στην ανεξαρτησία τους και του test Kolmogorov-Smirnov, που αναφέρεται στην προσαρμογή τους στην κανονική κατανομή, παρουσιάζονται στον πίνακα 3.3.

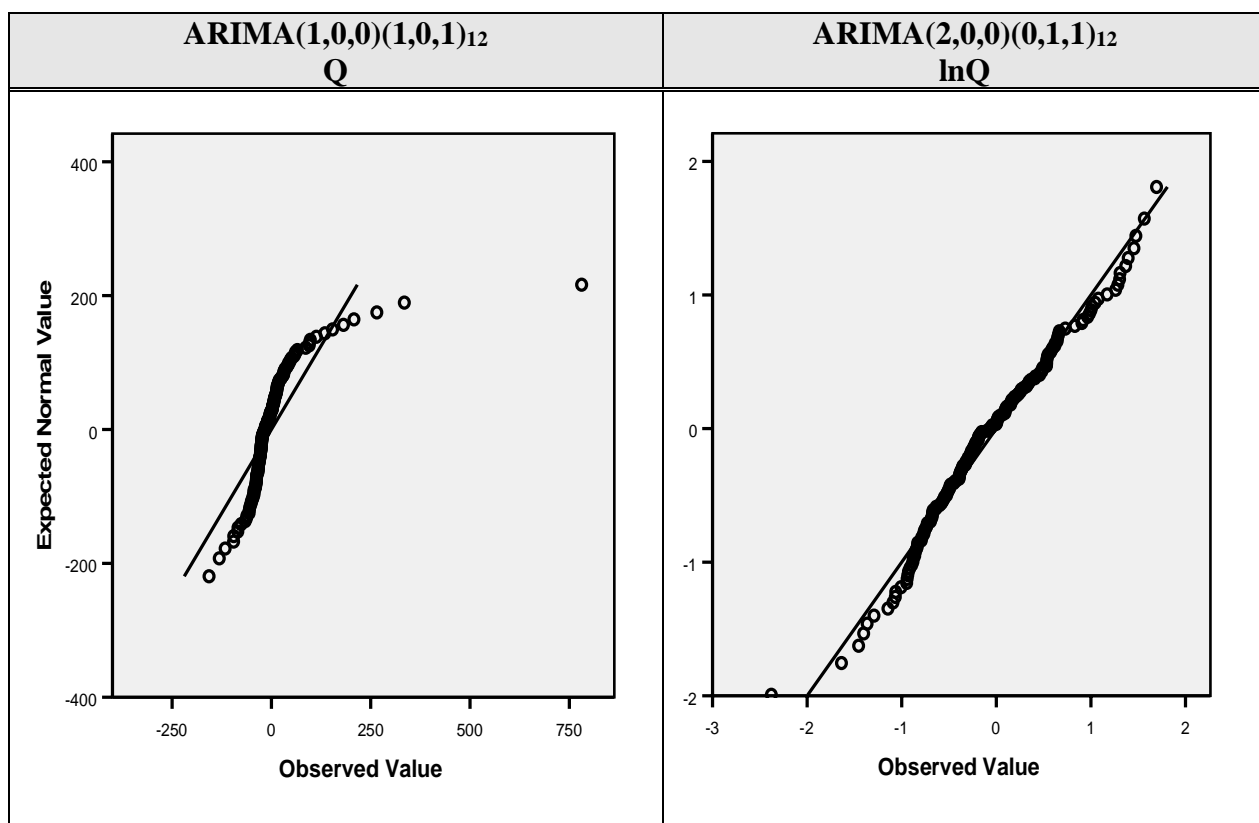
**Πίνακας 3.3** Σύγκριση προσαρμογής των residuals των μοντέλων στην κανονική κατανομή με τους ελέγχους Kolmogorov-Smirnov και Ljung-Box Q(18)

	<b>ARIMA(1,0,0)(1,0,1)<sub>12</sub></b> <b>Q</b>	<b>ARIMA(2,0,0)(0,1,1)<sub>12</sub></b> <b>lnQ</b>
Kolmogorov-Smirnov Test	0,000	0,268
Ljung-Box Q(18)	0,681	0,152

Παρατηρούμε ότι ως προς τον έλεγχο προσαρμογής των υπολοίπων στην κανονική κατανομή για το πρώτο μοντέλο τα υπόλοιπα δεν προσαρμόζονται στην κανονική κατανομή, ενώ για το δεύτερο προσαρμόζονται. Αυτό οφείλεται στις υψηλές τιμές, της παροχής για κάποιους μήνες, όπως έχει ήδη επισημανθεί. Για το δεύτερο μοντέλο τα υπόλοιπα προσαρμόζονται στην κανονική κατανομή, αφού η σημαντικότητα του ελέγχου είναι ίση με 0,268 μεγαλύτερη της συνήθους στάθμης

σημαντικότητας 0,05. Ως προς την ανεξαρτησία των 18 πρώτων αυτοσυσχετίσεων των υπολοίπων, παρατηρούμε ότι και στις δύο περιπτώσεις γίνεται αποδεκτή.

Γραφικά η προσαρμογή στην κανονική κατανομή παρουσιάζεται στην εικόνα 3.5, όπου εμφανίζονται τα Q-Q plots των residuals που προκύπτουν από την προσαρμογή των δύο μοντέλων. Η προσαρμογή στην κανονική κατανομή των υπολοίπων του δεύτερου μοντέλου είναι εμφανώς καλύτερη.



**Εικόνα 3.5** Σύγκριση προσαρμογής των residuals των μοντέλων στην κανονική κατανομή με το Q-Q plot.

Από όλα τα παραπάνω καταλήγουμε ότι το δεύτερο μοντέλο, δηλαδή το  $ARIMA(2,0,0)(0,1,1)_{12}$ , που προσαρμόζεται στις μετασχηματισμένες παρατηρήσεις, είναι το καταλληλότερο. Οι εκτιμητές των παραμέτρων του μοντέλου με την σημαντικότητά τους, παρουσιάζονται στον πίνακα 3.4.

**Πίνακας 3.4** Στατιστικά εκτιμητών παραμέτρων του μοντέλου

	Estimates	Std Error	t	Approx Sig
AR1	0,344	0,075	4,588	0,000
AR2	0,197	0,076	2,601	0.010

Seasonal MA1	0,888	0,090	9,890	0,000
--------------	-------	-------	-------	-------

Η εξίσωση του λογαριθμικού μοντέλου είναι η:

$$(1 - 0,265B - 0,182B^2)(1 - B^{12})z_t = (1 - 0,767B^{12})e_t$$

και οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις της παραμέτρου παροχή δίνονται από τη σχέση:

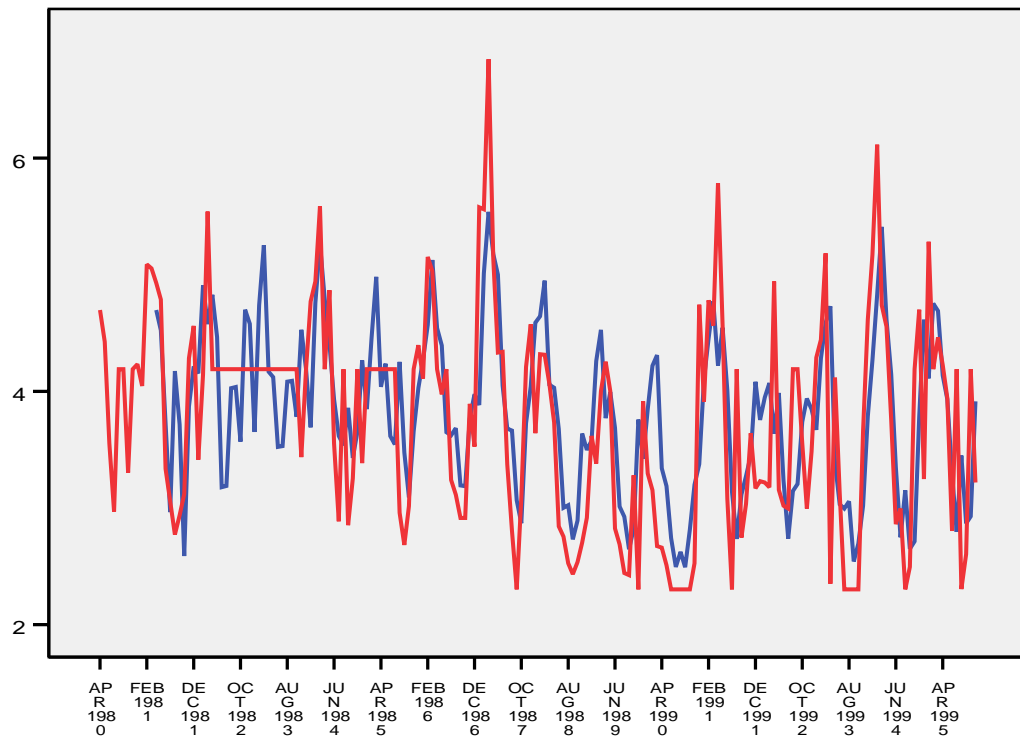
$$y_t = e^{z_t}$$

ή

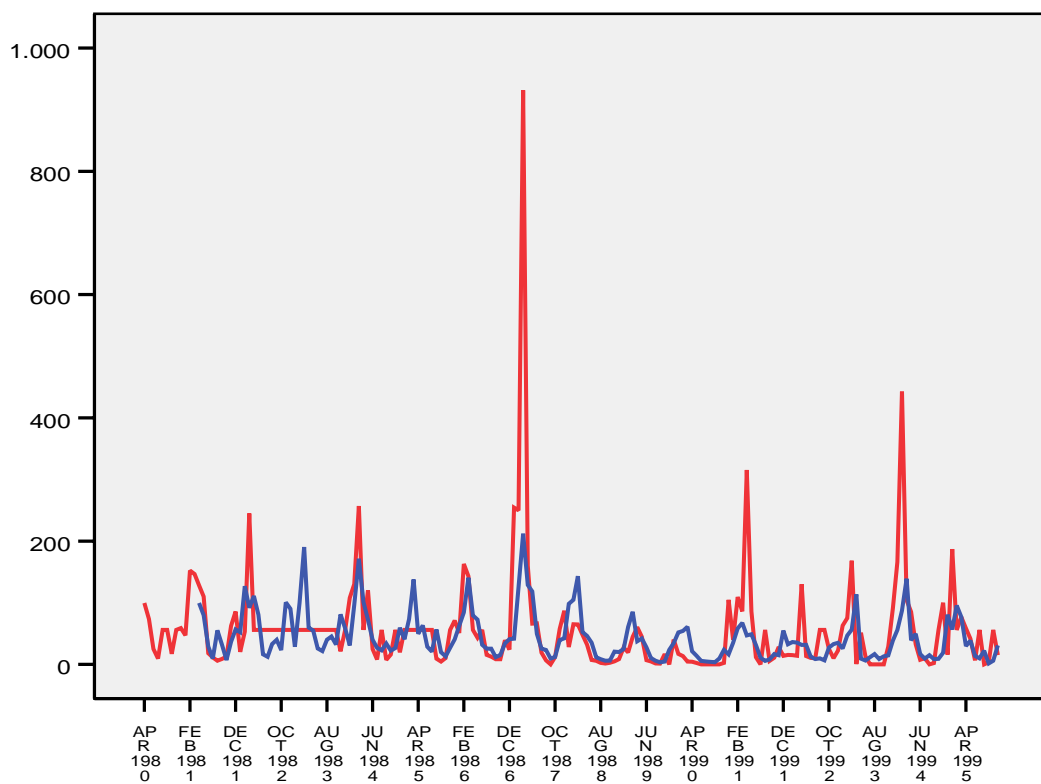
$$y_t = \exp(0,265 \ln y_{t-1} + 0,182 \ln y_{t-2} + \ln y_{t-12} - 0,265 \ln y_{t-13} - 0,182 \ln y_{t-14} + e_t - 0,767 e_{t-12})$$

Στην εικόνα 3.6 παρουσιάζεται το γράφημα του λογάριθμου των παρατηρήσεων και των εκτιμήσεων του λογαρίθμου των παρατηρήσεων, που προκύπτουν από την προσαρμογή του ARIMA(2,0,0)(0,1,1)<sub>12</sub> μοντέλου.

Στην εικόνα 3.7 παρουσιάζεται το γράφημα των αρχικών παρατηρήσεων της παροχής και των παρατηρήσεων  $\hat{y}_t = \exp(\hat{z}_t)$ , όπου  $\hat{z}_t$  οι εκτιμώμενες τιμές του λογάριθμου των παρατηρήσεων, που προκύπτουν από την προσαρμογή του επιλεγμένου μοντέλου και όπου φαίνεται πόσο καλά προσαρμόζεται το τελικό μοντέλο.



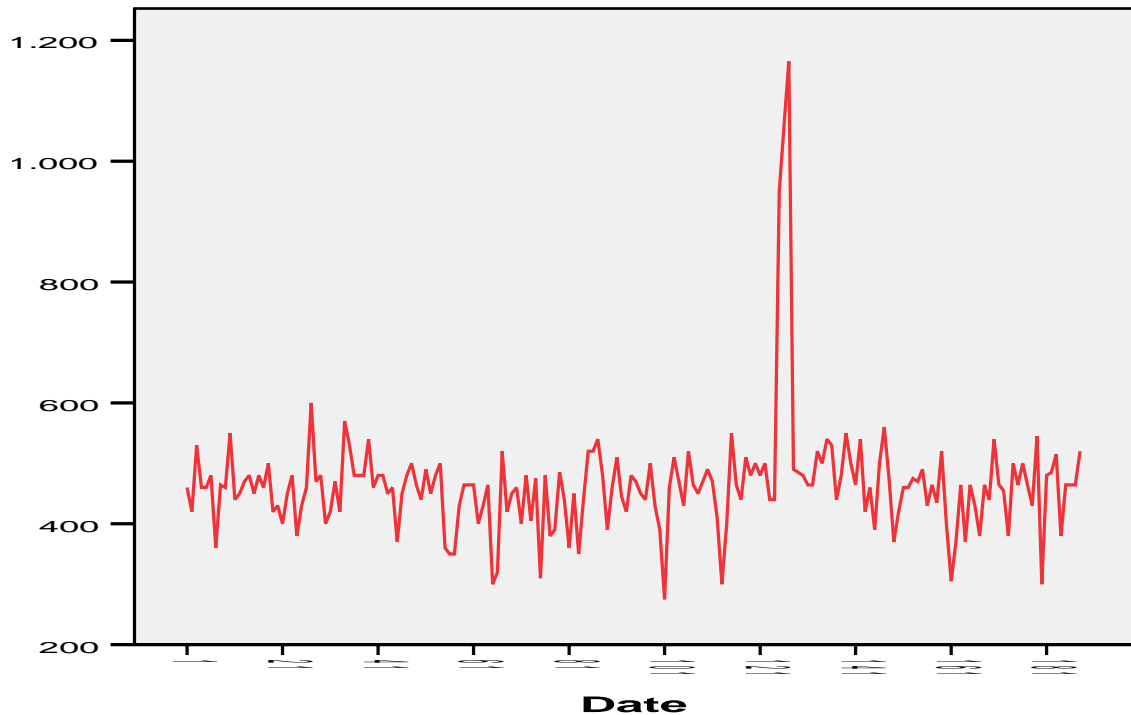
**Εικόνα 3.6** Γράφημα του λογάριθμου της χρονοσειράς της παροχής και των εκτιμώμενων τιμών από το μοντέλο. (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)



**Εικόνα 3.7** Γράφημα της χρονοσειράς της παροχής και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.2 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου ηλεκτρική αγωγιμότητα

Η χρονοσειρά της παραμέτρου Ηλεκτρικής Αγωγιμότητας αποτελείται από 188 παρατηρήσεις, 20 από τις οποίες λείπουν. Συμπληρώθηκαν αντικαθιστώντας τις με τη μέση τιμή τη χρονοσειράς, δηλαδή με την τιμή 464.4. Το γράφημα της χρονοσειράς παρουσιάζεται στην εικόνα 3.9.



**Εικόνα 3.9** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου ηλεκτρική αγωγιμότητα

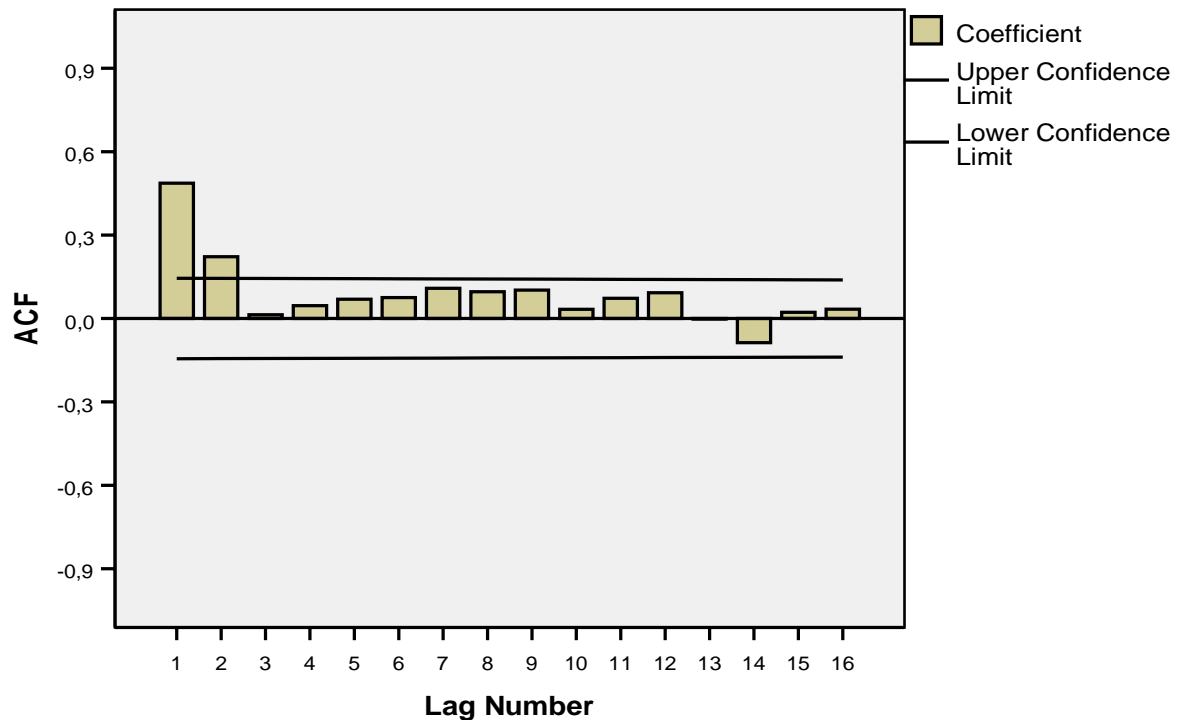
Από το γράφημα παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις της ηλεκτρικής αγωγιμότητας το 1990 τους μήνες Αύγουστο, Σεπτέμβριο και Οκτώβριο είναι πολύ υψηλές.

Τα γραφήματα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων παρουσιάζονται στις εικόνες 3.10 και 3.11 αντίστοιχα. Από το πρώτο γράφημα συμπεραίνουμε ότι:

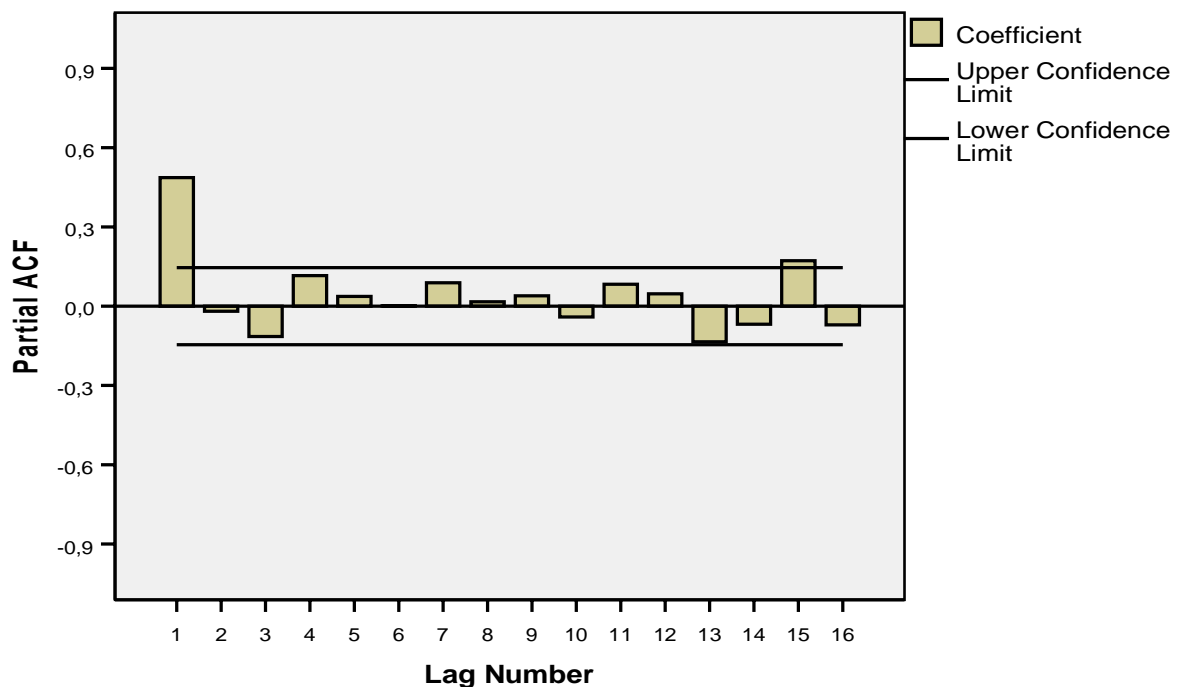
- Δεν υπάρχει τάση
- Δεν υπάρχει εποχικότητα και
- Δύο παράμετροι κινούμενου μέσου πιθανότατα να περιλαμβάνονται στο μοντέλο



Στο δεύτερο γράφημα (εικόνα 3.11) παρατηρούμε ότι η μερική αυτοσυσχέτιση υστέρησης ένα είναι σημαντική. Έτσι ξεκινάμε από ένα  $ARIMA(1,0,2)$  μοντέλο και καταλήγουμε στο  $ARIMA(0,0,2)$  ως αποδεκτό από άποψη σημαντικότητας των παραμέτρων, όπως φαίνεται στον πίνακα 3.5.



**Εικόνα 3.10** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς της παραμέτρου ηλεκτρική αγωγιμότητα

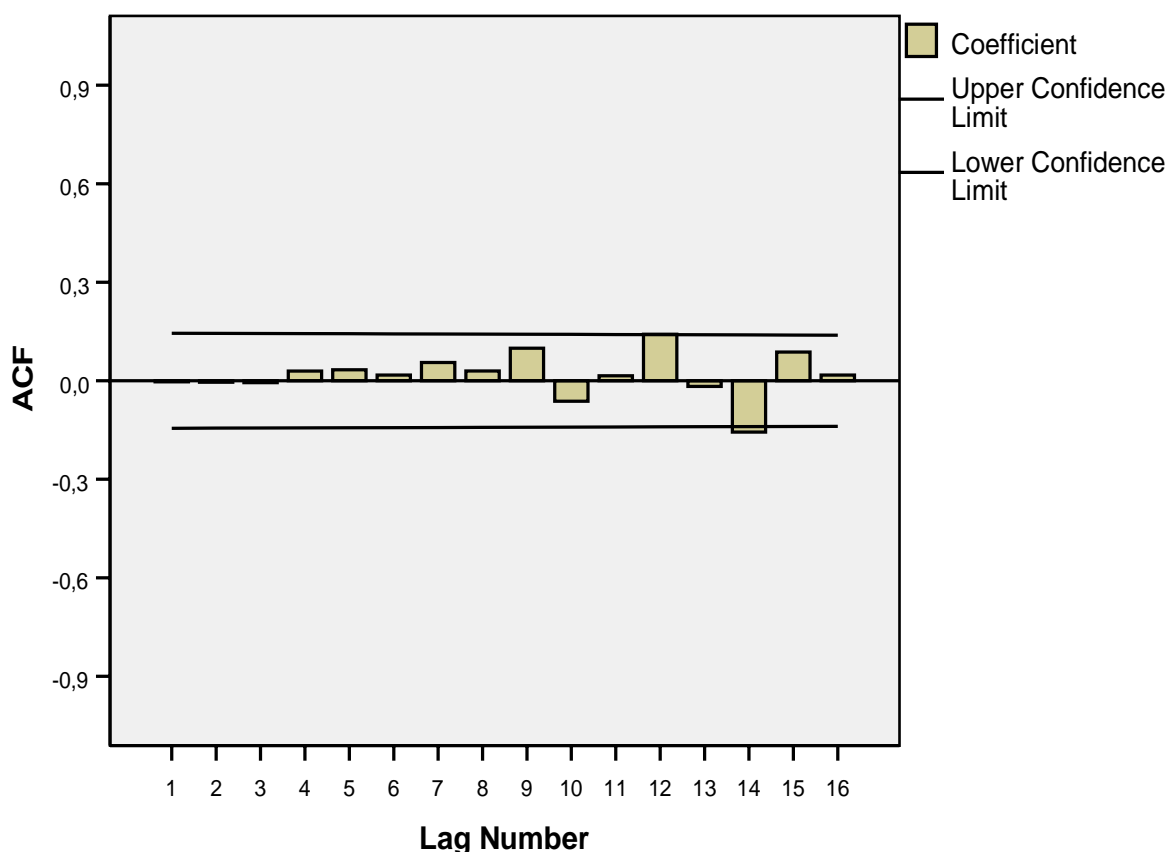


**Εικόνα 3.11** Γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς της παραμέτρου ηλεκτρική αγωγιμότητα

**Πίνακας 3.5** Εκτίμηση παραμέτρων του ARIMA(0,0,2) μοντέλου της χρονοσειράς της παραμέτρου ηλεκτρική αγωγιμότητα

	Estimates	Std Error	t	Approx Sig
MA1	-0,512	0,070	-7,290	0,000
MA2	-0,303	0,070	-4,317	0,000
Constant	464,575	10,785	43,074	0,000

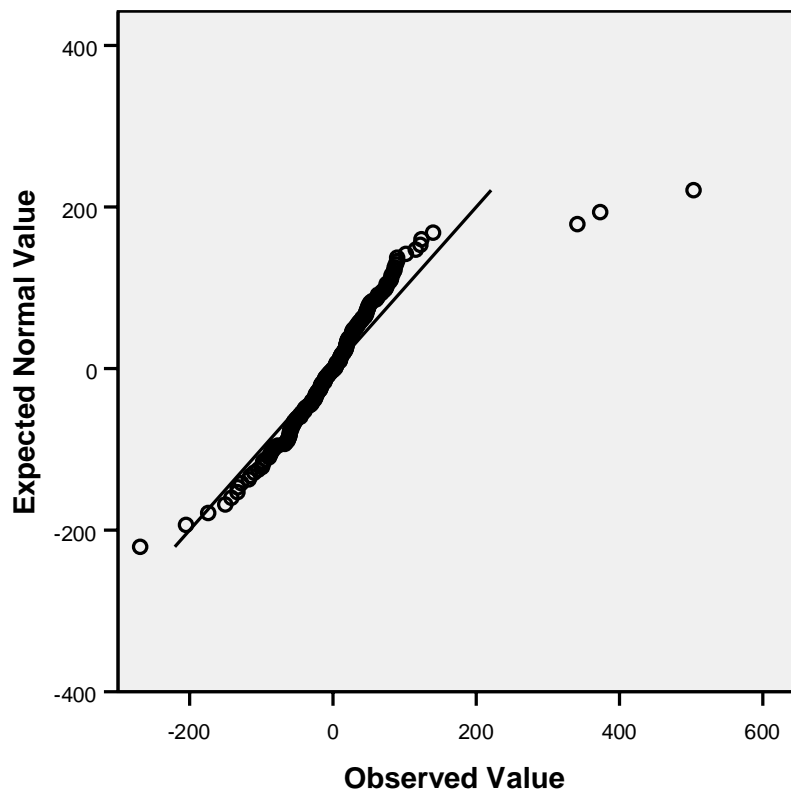
Για την αποδοχή του μοντέλου ελέγξαμε τα σφάλματα ως προς την ανεξαρτησία και την προσαρμογή τους στην κανονική κατανομή. Ως προς την ανεξαρτησία στην εικόνα 3.13 παρουσιάζεται το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του μοντέλου, ενώ η σημαντικότητα του ελέγχου Ljung-Box Q για 18 αυτοσυσχετίσεις έδωσε τιμή 0,490 πολύ μεγαλύτερη του 0,05 ή 5%, που σημαίνει ότι οι 18 πρώτες αυτοσυσχετίσεις είναι ασήμαντες.



**Εικόνα 3.13** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του ARIMA(0,0,2) μοντέλου στην χρονοσειρά της παραμέτρου ηλεκτρική αγωγιμότητα

Η μία αυτοσυσχέτιση (εικόνα 3.13) υστέρησης 14 που φαίνεται ελάχιστα σημαντική, δικαιολογείται από τη στάθμη σημαντικότητας 5%.

Ως προς την προσαρμογή των σφαλμάτων στην κανονική κατανομή στην εικόνα 3.15 παρουσιάζεται το Q-Q plot, ενώ η σημαντικότητα του Kolmogorov-Smirnov Test βρέθηκε ίση με 0,031, δηλαδή αποδεχόμαστε την προσαρμογή σε στάθμη σημαντικότητας 1%.



Εικόνα 3.15 Q-Q plot test

Τα στατιστικά του τελικού μοντέλου ARIMA(0,0,2) παρουσιάζονται στον πίνακα 3.6.

Πίνακας 3.6 Στατιστικά προσαρμογής του μοντέλου ARIMA(0,0,2)

Adjusted Residual Sum of Squares	1238214,6 44
Residual Sum of Squares	1241706,3 76
Residual Variance	6680,225
Model Std. Error	81,733
Log-Likelihood	-1093,287
Akaike's Information Criterion (AIC)	2192,575
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	2202,284

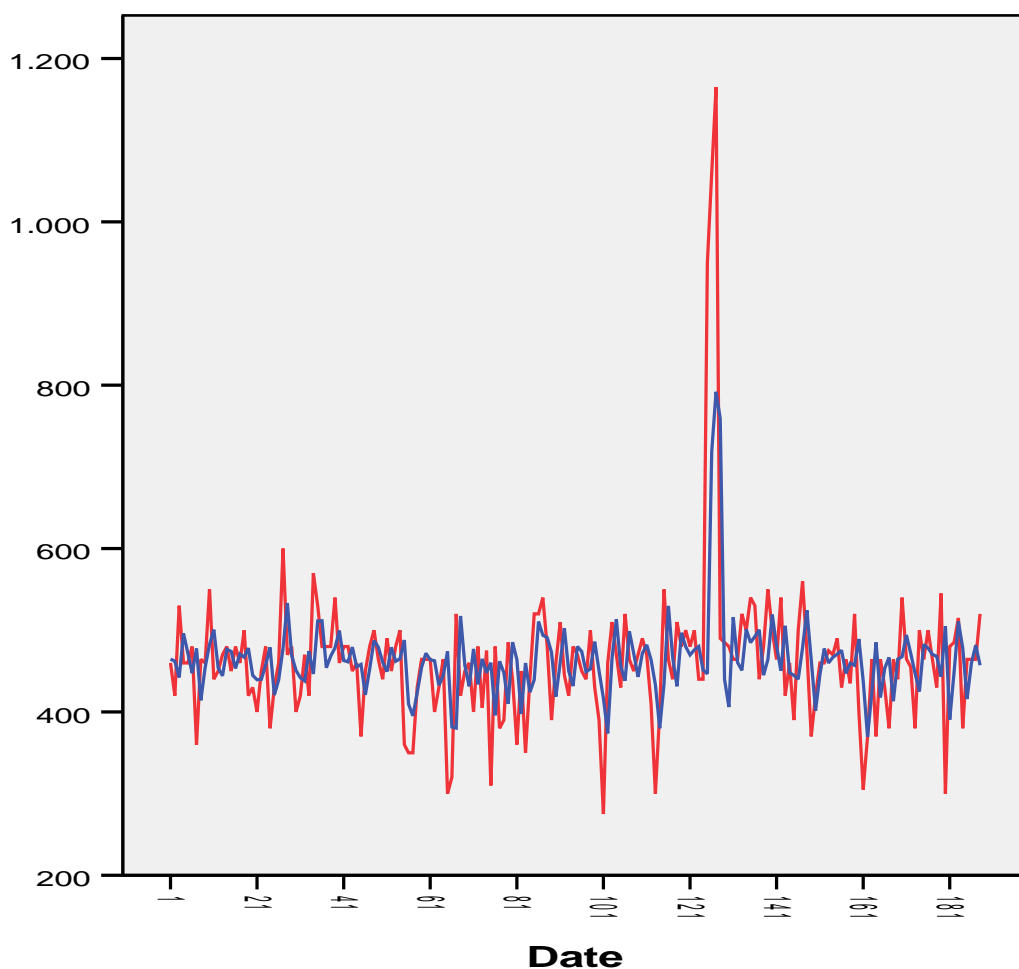
Η εξίσωση του μοντέλου είναι:

$$y_t = 464,575 + (1 + 0,512B + 0,303B^2)e_t$$

ή

$$y_t = 464,575 + e_t + 0,512e_{t-1} + 0,303e_{t-2}$$

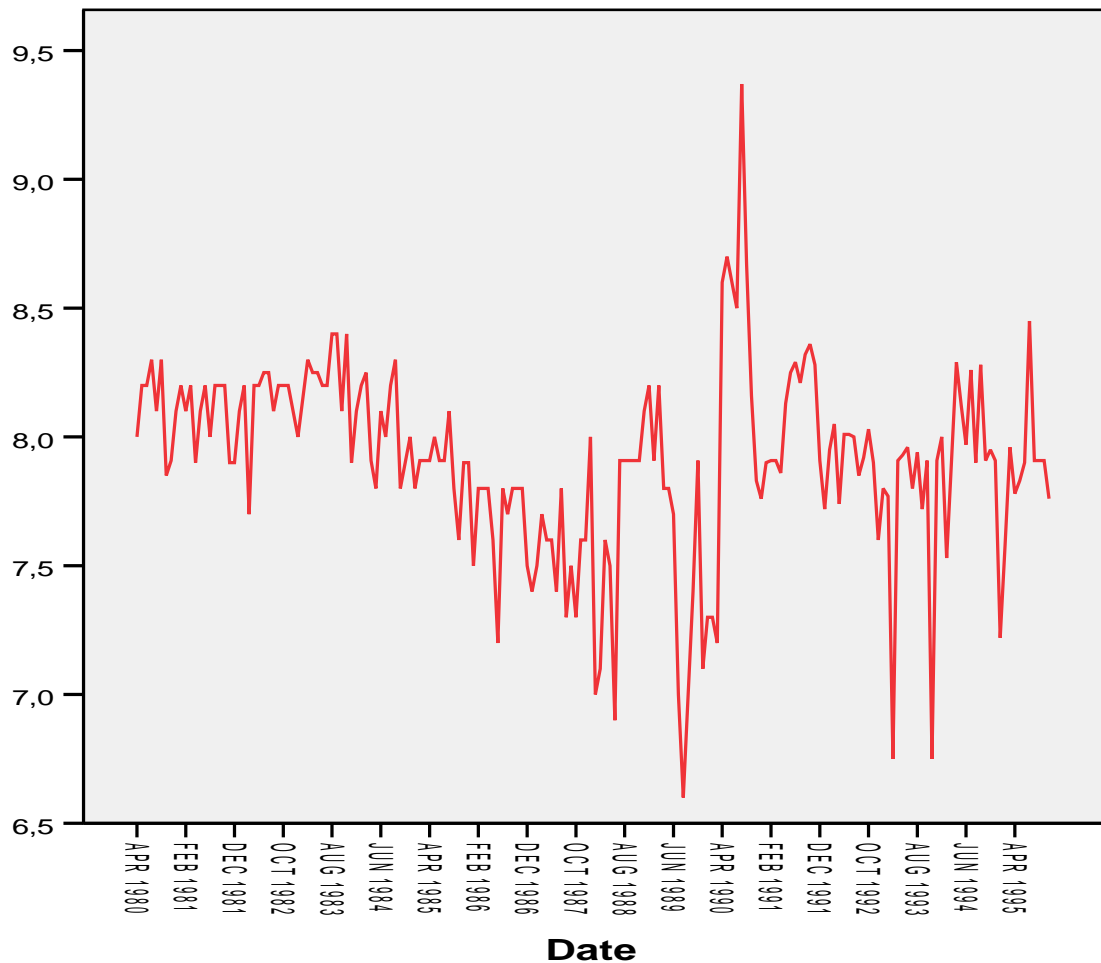
Στην εικόνα 3.16 παρουσιάζεται το γράφημα προσαρμογής του μοντέλου, που είναι αρκετά ικανοποιητική.



**Εικόνα 3.16** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου ηλεκτρική αγωγιμότητα και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.3 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου pH

Η χρονοσειρά της παραμέτρου pH αποτελείται από 188 παρατηρήσεις από τις οποίες έλειπαν 26. Συμπληρώθηκαν αντικαθιστώντας κάθε μια από αυτές με τη μέση τιμή της χρονοσειράς. Το γράφημα της συμπληρωμένης χρονοσειράς παρουσιάζεται στην εικόνα 3.17.

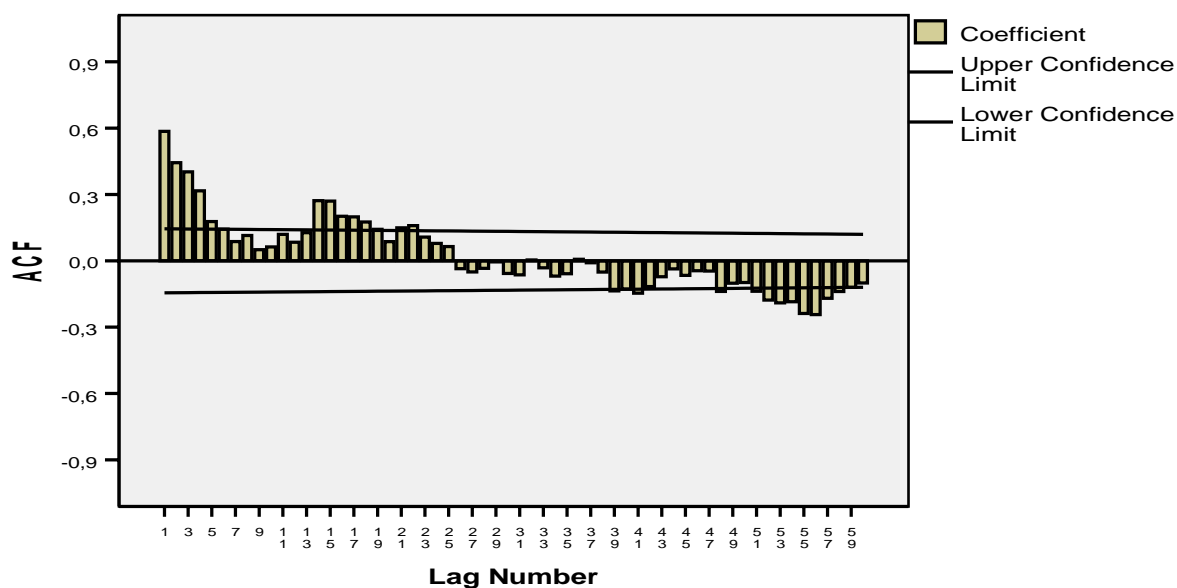


**Εικόνα 3.17** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου pH

Παρατηρούμε ότι:

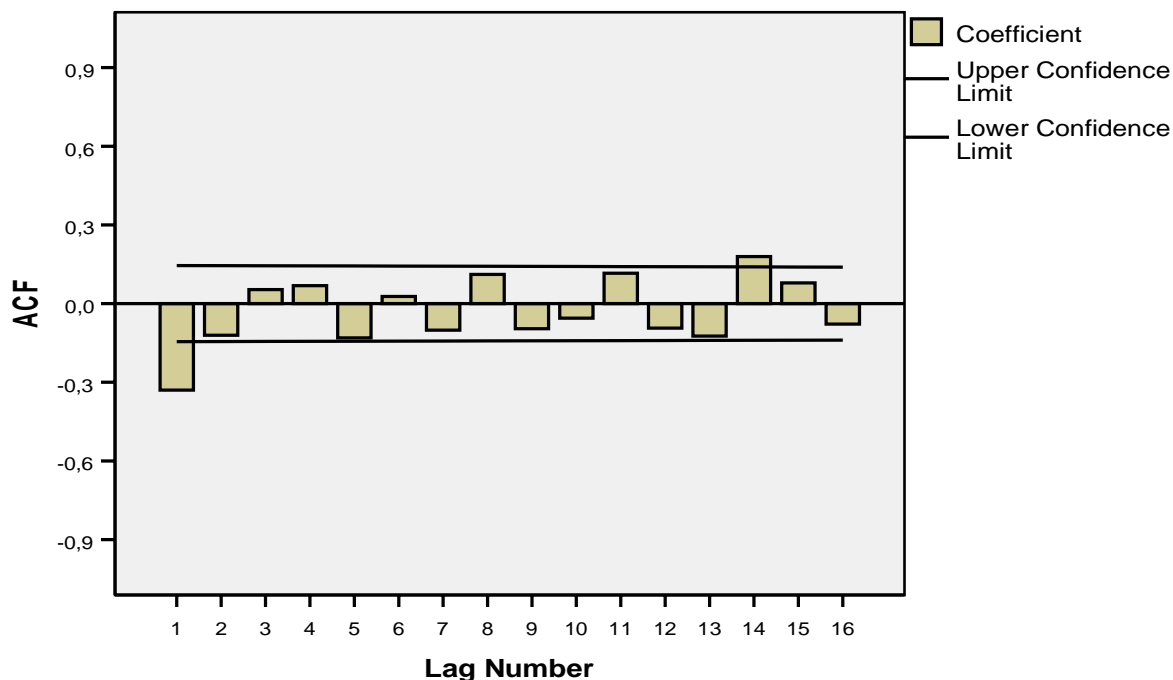
- Υπάρχει ένα μέγιστο (Αύγουστος 1990)
- Η ελάχιστη τιμή σημειώθηκε τον Αύγουστο του 1989
- Οι παρατηρήσεις είναι εξαρτημένες
- Φαίνεται να μην υπάρχει εποχικότητα
- Δεν είναι ξεκάθαρο αν υπάρχει τάση

Στην εικόνα 3.18 παρουσιάζεται το γράφημα των 60 πρώτων αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς. Πήραμε 60 αυτοσυσχετίσεις για να ελέγξουμε αν υπάρχει εποχικότητα, πράγμα που φαίνεται να αποκλείεται, όπως δείχνει το γράφημα

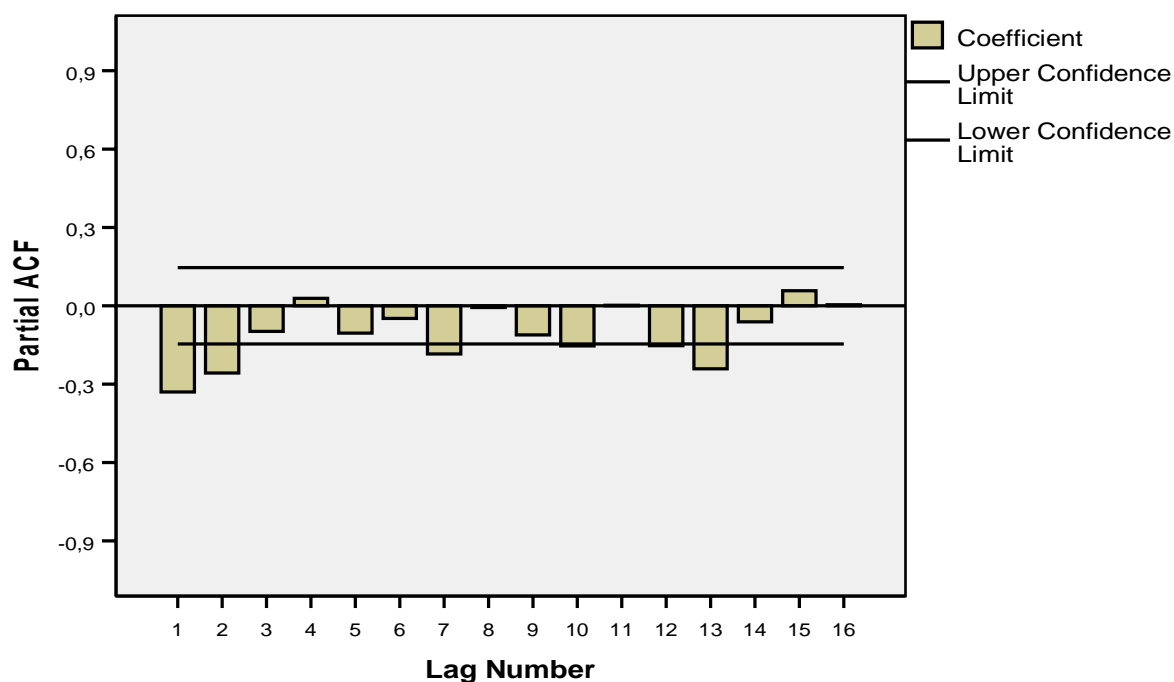


**Εικόνα 3.18** Γράφημα αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς pH

Στο ίδιο γράφημα παρατηρούμε ότι αρκετές πρώτες αυτοσυσχετίσεις είναι σημαντικές. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι πρέπει να πάρουμε διαφορές τάξης ένα ( $d = 1$ ). Το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων των πρώτων διαφορών της χρονοσειράς μας, παρουσιάζεται στις εικόνες 3.19 και 3.20.



**Εικόνα 3.19** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς pH



**Εικόνα 3.20** Γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς pH

Βάση των παραπάνω γραφημάτων δοκιμάστηκαν διάφορα μοντέλα τα οποία απορρίφθηκαν λόγω μη σημαντικότητας των παραμέτρων τους και ως καλύτερο από τα αποδεκτά μοντέλα, επιλέγει το ARIMA(1,1,1) του οποίου οι παράμετροι ήταν σημαντικές και είχε τα καλύτερα στατιστικά. Οι εκτιμητές των παραμέτρων με τα στατιστικά τους παρουσιάζονται στον πίνακα 3.8, ενώ στον πίνακα 3.9 παρουσιάζονται τα στατιστικά προσαρμογής του μοντέλου.

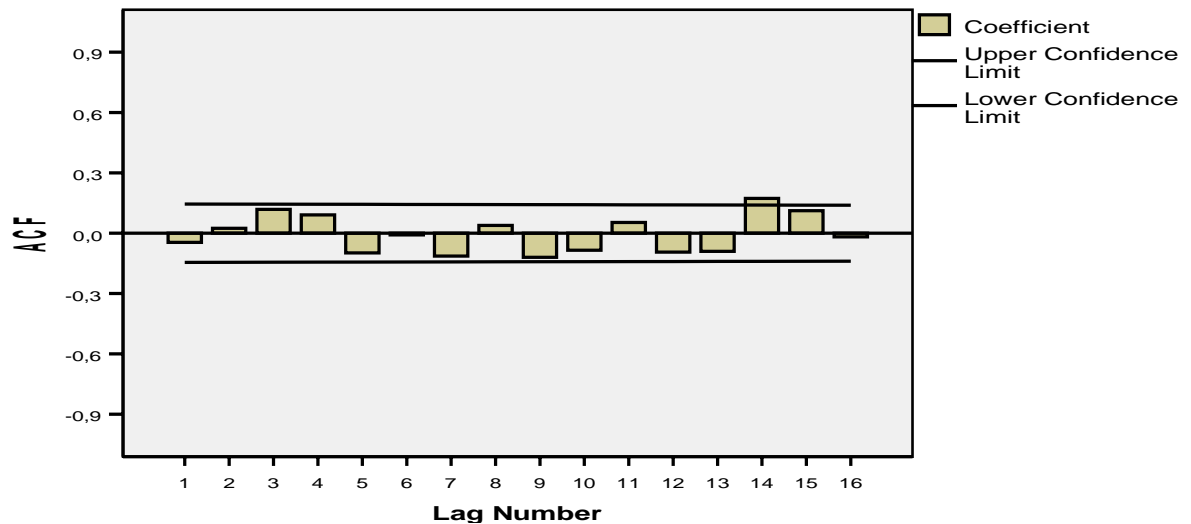
**Πίνακας 3.8** Εκτίμηση παραμέτρων του ARIMA(1,1,1) μοντέλου της χρονοσειράς του pH

	Estimates	Std Error	t	Approx Sig
AR1	0,463	0,082	5,664	0,000
MA1	0,921	0,037	24,982	0,000

**Πίνακας 3.9** Στατιστικά προσαρμογής του μοντέλου ARIMA(1,1,1)

Adjusted Residual Sum of Squares	17,026
Residual Sum of Squares	17,278
Residual Variance	,092
Model Std. Error	,303
Log-Likelihood	-41,284
Akaike's Information Criterion (AIC)	86,569
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	93,031

Για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας των σφαλμάτων προσαρμογής του μοντέλου στην εικόνα 3.21 παρουσιάζεται το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων, ενώ ο έλεγχος Ljung-Box Q για τις πρώτες 18 αυτοσυσχετίσεις είχε τιμή 27,303 και σημαντικότητα 0,038 που σημαίνει ότι είναι ασήμαντες σε στάθμη σημαντικότητας 1%.



**Εικόνα 3.21** Γράφημα αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων προσαρμογής του ARIMA(1,1,1) μοντέλου στη χρονοσειρά του pH

Για τον έλεγχο της προσαρμογής των υπολοίπων στην κανονική κατανομή το Q-Q plot παρουσιάζεται στην εικόνα 3.22, ενώ το test Kolmogorov-Smirnov (K-S), έδωσε σημαντικότητα  $0,038 > 0,01$  που σημαίνει ότι τα σφάλματα ακολουθούν κανονική κατανομή για στάθμη σημαντικότητας 1%.

Η εξίσωση του μοντέλου είναι:

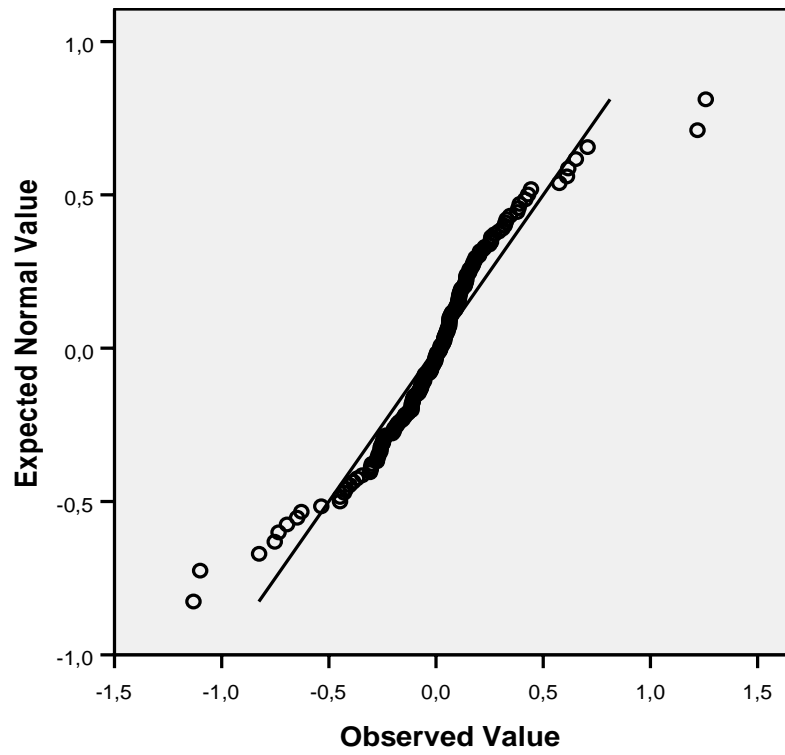
$$(1 - 0,463B)(1 - B)y_t = (1 - 0,921B)e_t$$

ή

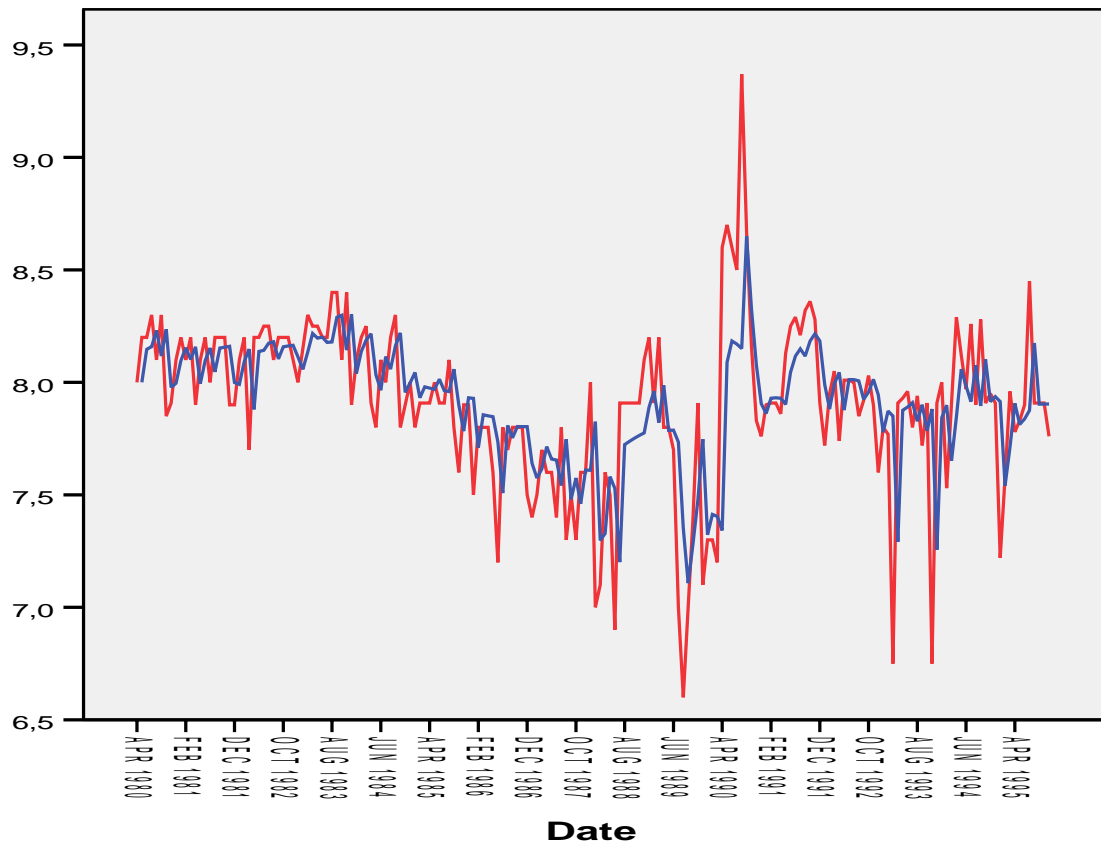
$$y_t = 1,463y_{t-1} - 0,463y_{t-2} + e_t - 0,921e_{t-1}$$

Στην εικόνα 3.23 παρουσιάζεται το γράφημα των παρατηρήσεων της χρονοσειράς και των  $\hat{y}_t$ , δηλαδή των εκτιμώμενων τιμών βάση του ARIMA(1,1,1) μοντέλου, όπου φαίνεται πόσο καλά προσαρμόζεται το μοντέλο στα αρχικά δεδομένα.





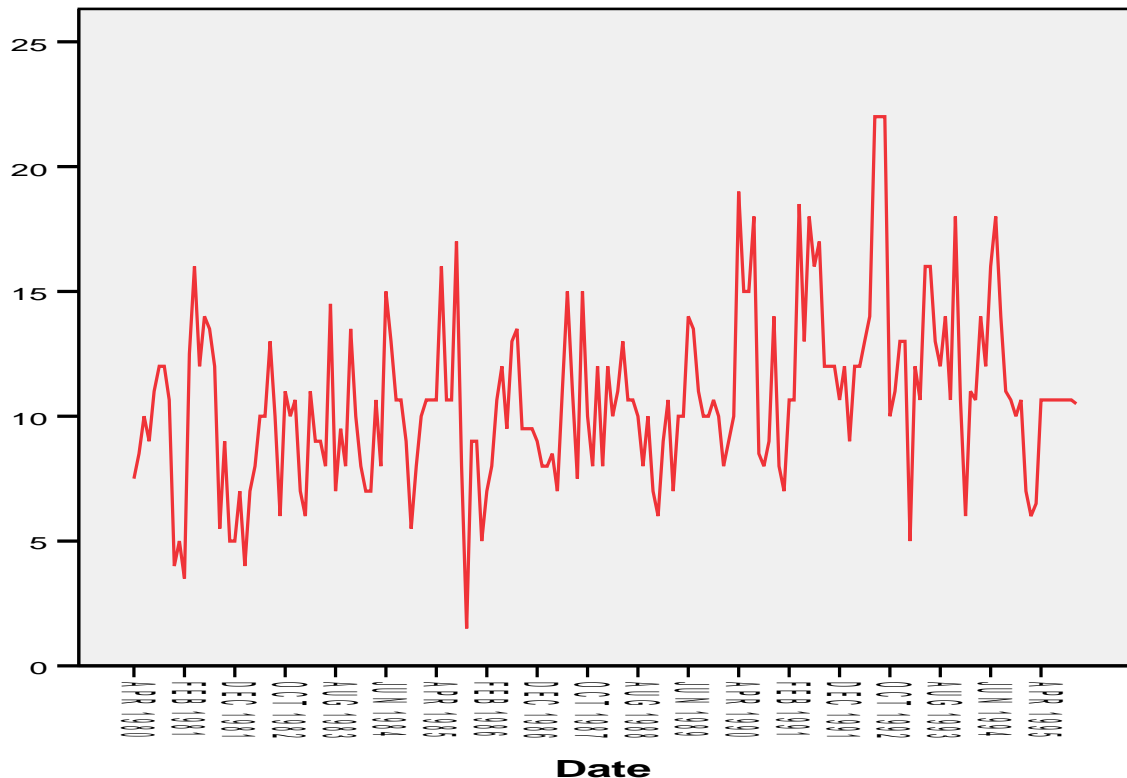
Εικόνα 3.22 Q-Q plot



Εικόνα 3.23 Γράφημα της χρονοσειράς του pH και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς  
(Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.4 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου θερμοκρασία

Η χρονοσειρά της παραμέτρου θερμοκρασία αποτελείται από 188 παρατηρήσεις, 31 από τις οποίες λείπουν. Αντικαθιστώντας τις ελλείπουσες τιμές με τη μέση τιμή των υπαρχουσών τιμών, συμπληρώσαμε τη παράμετρο θερμοκρασία. Το γράφημα της χρονοσειράς παρουσιάζεται στην εικόνα 3.25.

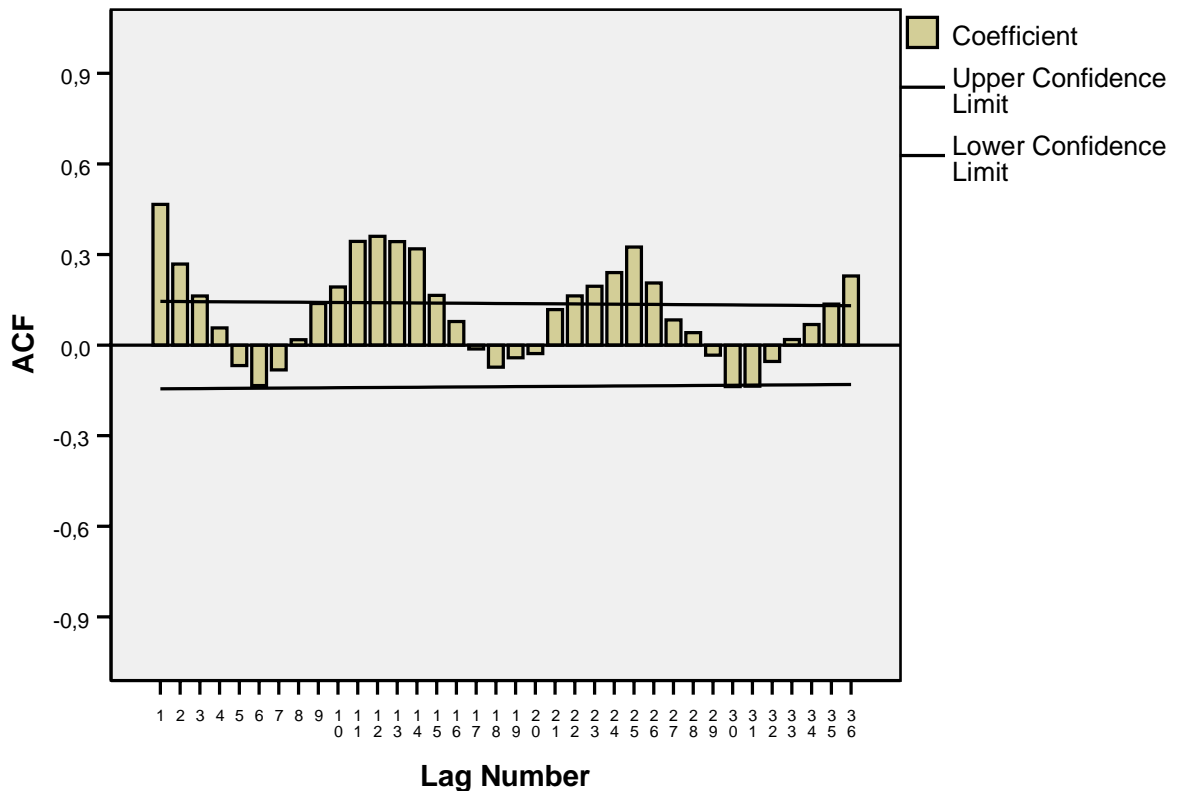


**Εικόνα 3.25** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου θερμοκρασία

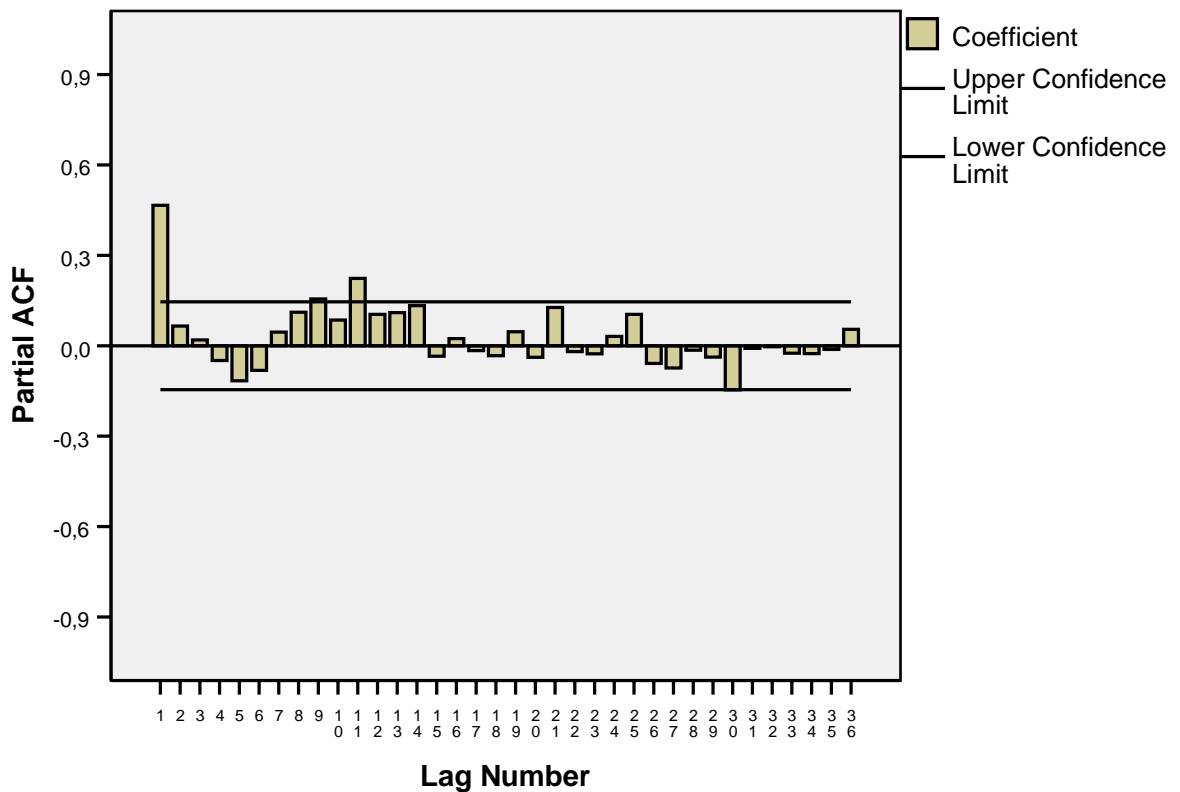
Παρατηρώντας το γράφημα, μπορούμε να πούμε ότι:

- Οι παρατηρήσεις είναι εξαρτημένες
- Φαίνεται να υπάρχει εποχικότητα
- Πιθανότατα να υπάρχει τάση

Το γράφημα των 60 πρώτων αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς (εικόνα 3.26) δείχνει την ύπαρξη εποχικότητας ανά δώδεκα μήνες. Στην εικόνα 3.27 παρουσιάζεται το γράφημα των 60 πρώτων μερικών αυτοσυσχετίσεων της σειράς.

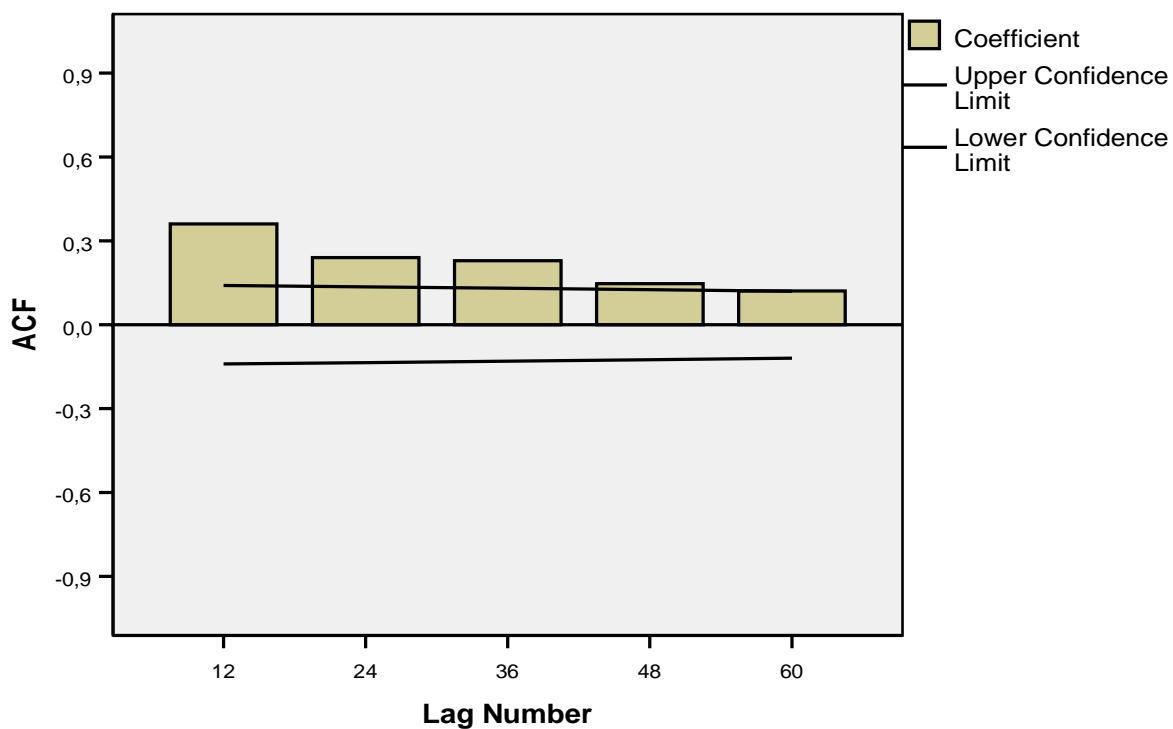


Εικόνα 3.26 Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς θερμοκρασία

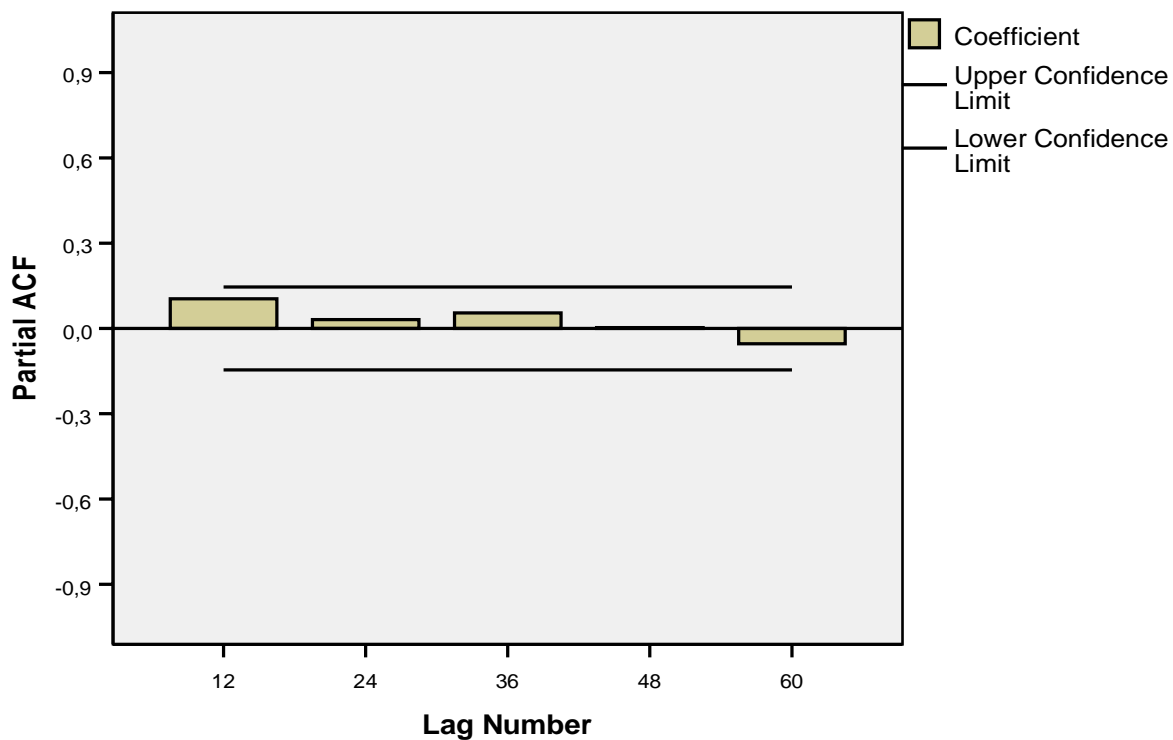


Εικόνα 3.27 Γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς θερμοκρασία

Στις εικόνες 3.28 και 3.29 παρουσιάζονται τα γραφήματα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων αντίστοιχα, για υστερήσεις πολλαπλάσιες της εποχικότητας.



Εικόνα 3.28 Γράφημα αυτοσυσχετίσεων για υστερήσεις πολλαπλάσιας της εποχικότητας



Εικόνα 3.29 Γράφημα μερικών αυτοσυσχετίσεων για υστερήσεις πολλαπλάσιας της εποχικότητας

Τα δύο αποδεκτά μοντέλα στα οποία καταλήξαμε σύμφωνα με τα στατιστικά των παραμέτρων, είναι το  $ARIMA(1,0,0)(1,0,1)_{12}$  και το  $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)_{12}$ . Τα στατιστικά για τη σύγκριση των μοντέλων παρουσιάζονται στον πίνακα 3.10.

**Πίνακας 3.10** Στατιστικά σύγκρισης μοντέλων

	<b>ARIMA(1,0,0)(1,0,1)<sub>12</sub></b>	<b>ARIMA(1,0,0)(0,1,1)<sub>12</sub></b>
Adjusted Residual Sum of Squares	1688,299	1682,830
Residual Sum of Squares	14437,424	1903,306
Residual Variance	9,142	8,866
Model Std. Error	3,024	2,978
Log-Likelihood	-473,109	-448,673
Akaike's Information Criterion (AIC)	954,217	901,345
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	967,163	907,686

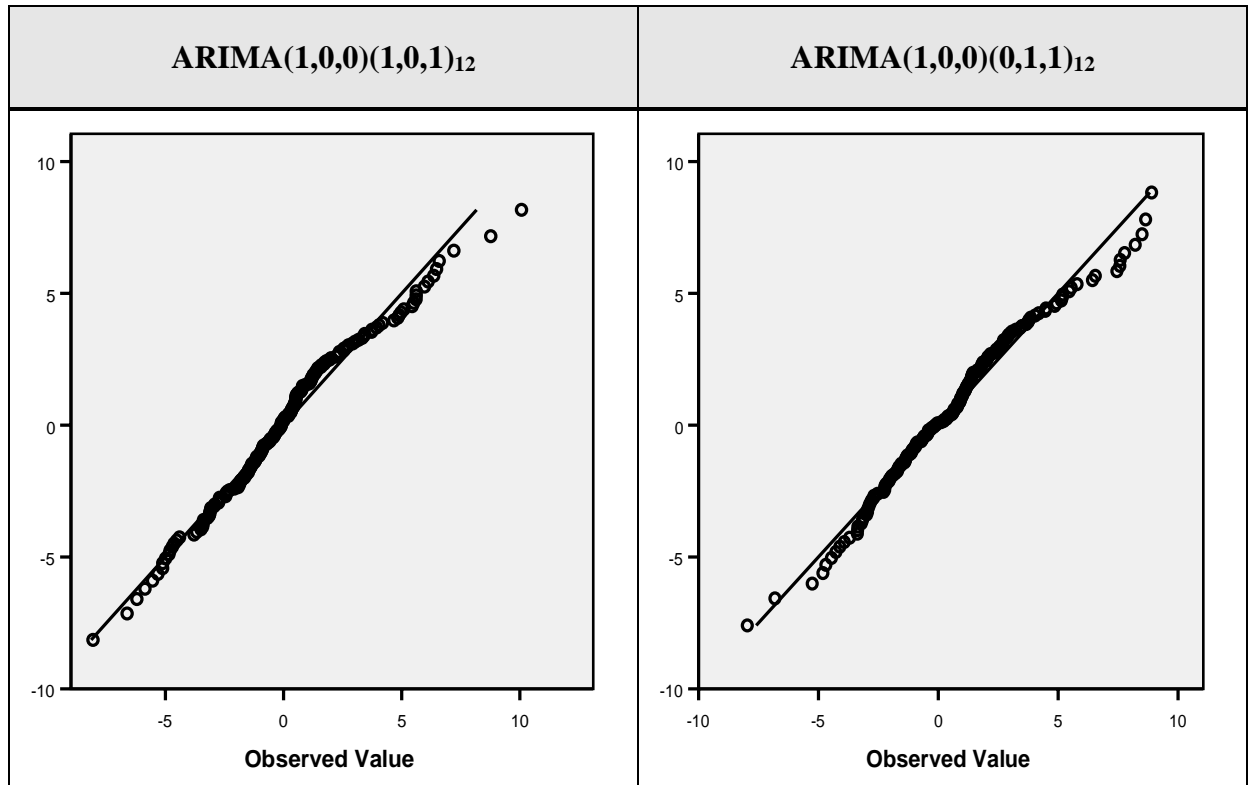
Παρατηρούμε ότι τα στατιστικά του μοντέλου  $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)_{12}$  είναι πολύ καλύτερα από τα στατιστικά του μοντέλου  $ARIMA(1,0,0)(1,0,1)_{12}$ , αφού οι τιμές τους είναι μικρότερες.

Στον πίνακα 3.11 γίνεται η σύγκριση των υπολοίπων που προκύπτουν από την προσαρμογή του κάθε μοντέλου στην χρονοσειρά των θερμοκρασιών, ως προς την προσαρμογή τους στην κανονική κατανομή. Παρατηρούμε ότι η προσαρμογή στην κανονική κατανομή των υπολοίπων του δεύτερου μοντέλου είναι καλύτερη, αφού η σημαντικότητα του Kolmogorov-Smirnov Test, όπως επίσης και η σημαντικότητα του ελέγχου Ljung-Box  $Q(18)$  είναι μεγαλύτερη από του πρώτου. Στην εικόνα 3.30 παρουσιάζονται και τα Q-Q plots των δύο μοντέλων.

Και από τη σύγκριση αυτή προκύπτει ότι το δεύτερο μοντέλο  $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)_{12}$  προσαρμόζεται καλύτερα, στο οποίο και καταλήγουμε.

**Πίνακας 3.11** Σύγκριση προσαρμογής των residuals των μοντέλων στην κανονική κατανομή με τους ελέγχους Kolmogorov-Smirnov και Ljung-Box  $Q(18)$

	ARIMA(1,0,0)(1,0,1) <sub>12</sub>	ARIMA(1,0,0)(0,1,1) <sub>12</sub>
Kolmogorov-Smirnov Test	0,113	0,375
Ljung-Box Q(18)	0,145	0,969



**Εικόνα 3.30** Σύγκριση προσαρμογής των residuals των μοντέλων στην κανονική κατανομή με το Q-Q plot.

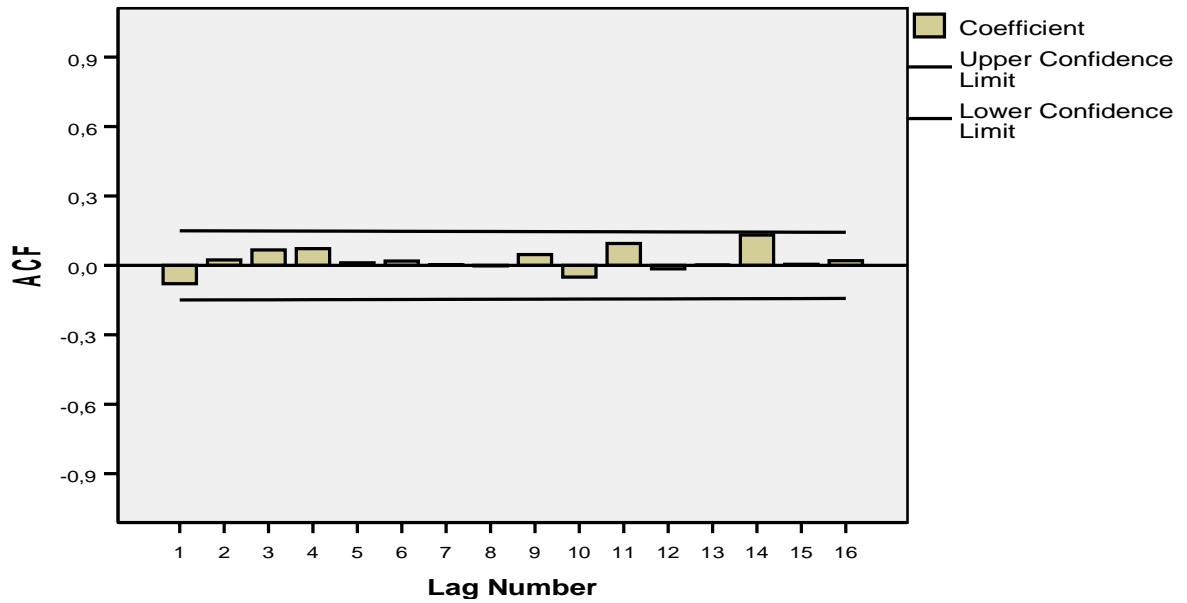
Η εξίσωση του ARIMA(1,0,0)(0,1,1)<sub>12</sub> μοντέλου είναι η παρακάτω:

$$(1 - 0,317B)(1 - B^{12})y_t = (1 - 0,849B^{12})e_t$$

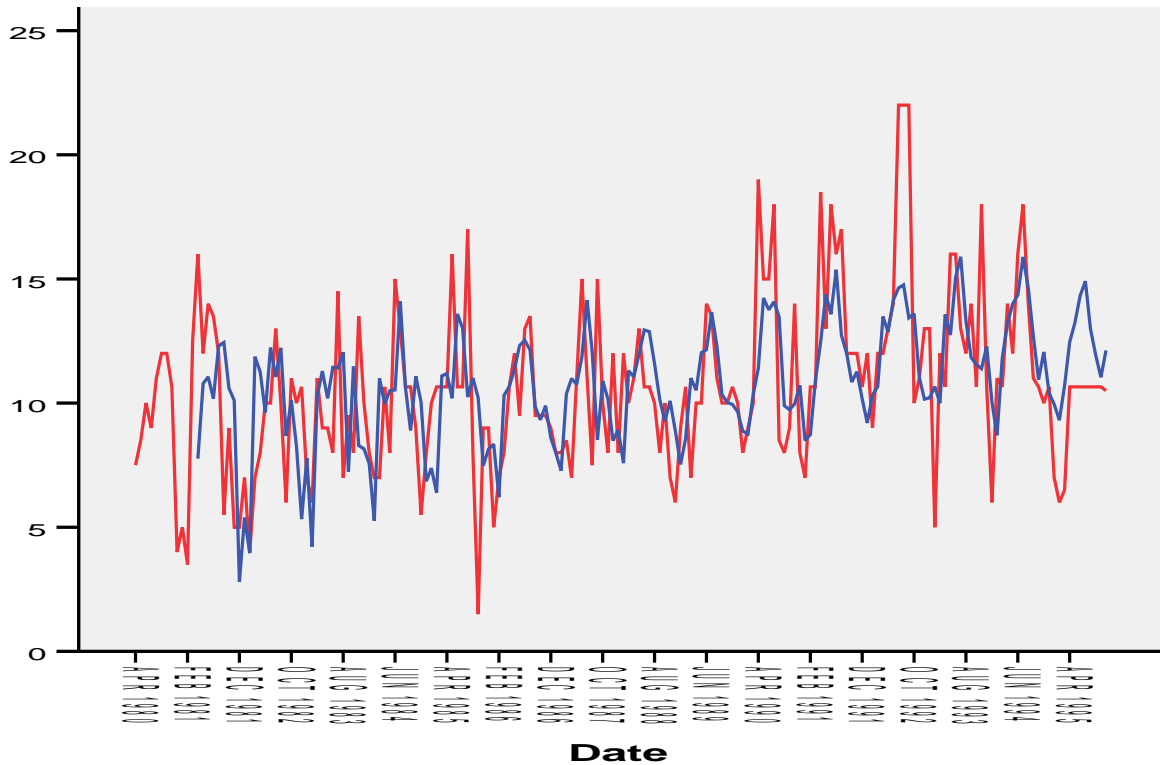
ή

$$y_t = 0,317y_{t-1} + y_{t-12} - 0,317y_{t-13} + e_t - 0,849e_{t-12}$$

Στην εικόνα 3.31 παρουσιάζεται το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του ARIMA(1,0,0)(0,1,1)<sub>12</sub> μοντέλου, όπου φαίνεται ότι οι 16 πρώτες αυτοσυσχετίσεις των σφαλμάτων είναι ασήμαντες, ενώ στην εικόνα 3.32 παρουσιάζεται το γράφημα της χρονοσειράς της θερμοκρασίας και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς, στο οποίο φαίνεται ότι η προσαρμογή είναι αρκετά ικανοποιητική.



**Εικόνα 3.31** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του  $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)_{12}$  μοντέλου

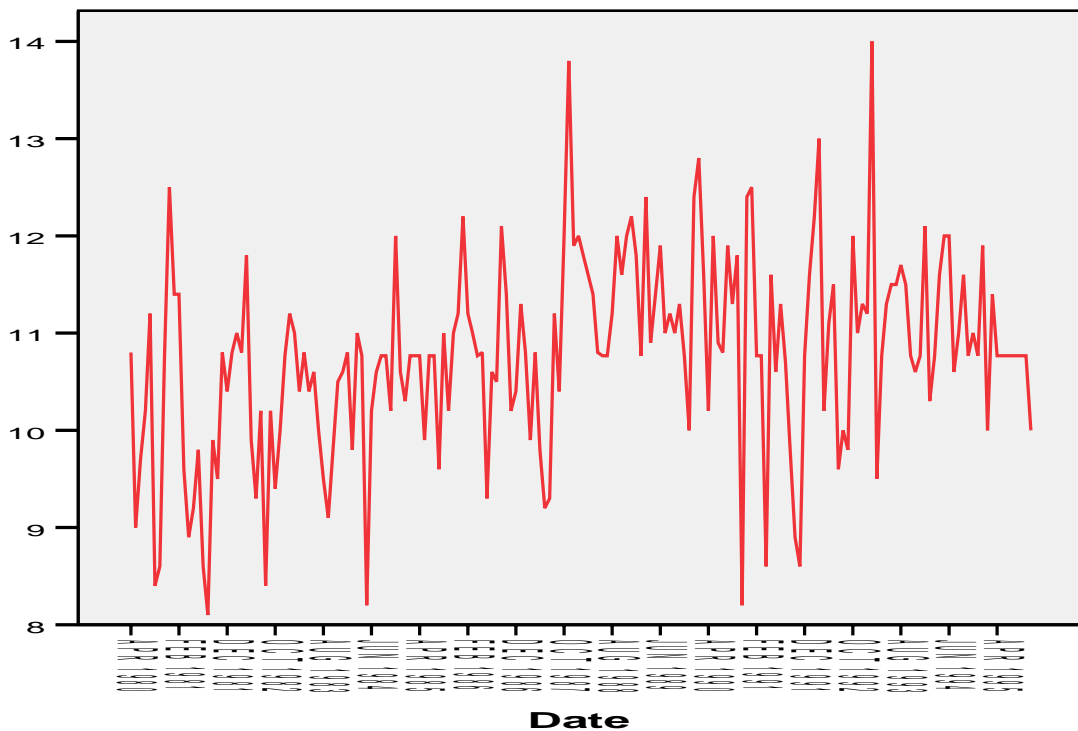


**Εικόνα 3.32** Γράφημα της χρονοσειράς της θερμοκρασίας και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.5 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο

Η χρονοσειρά της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο αποτελείται από 188 παρατηρήσεις, 31 από τις οποίες λείπουν. Συμπληρώθηκαν αντικαθιστώντας τες με τη

μέση τιμή της χρονοσειράς, δηλαδή με την τιμή 10,77. Το γράφημα της χρονοσειράς παρουσιάζεται στην εικόνα 3.32.



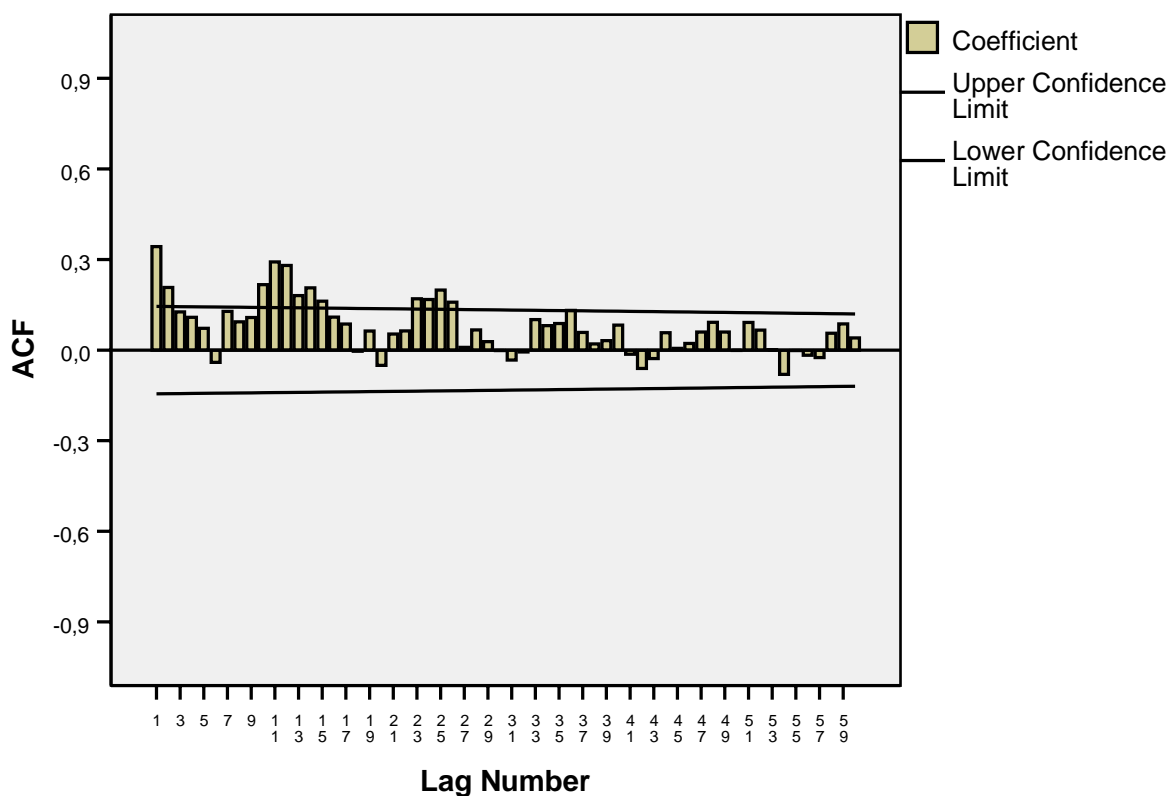
**Εικόνα 3.32** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο

Από το γράφημα παρατηρούμε ότι:

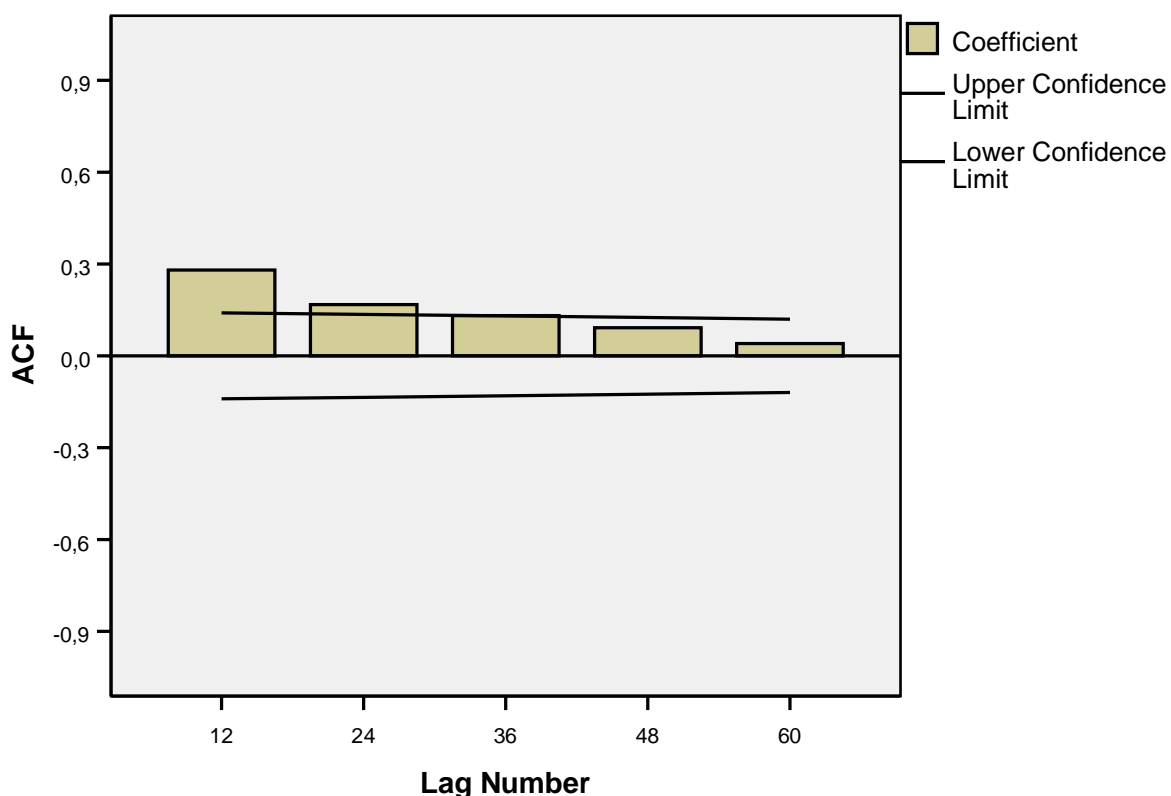
- Μπορεί να υπάρχει εποχικότητα
- Μπορεί να υπάρχει τάση
- Οποσδήποτε οι παρατηρήσεις είναι αυτοσυσχετισμένες

Το γράφημα των 60 πρώτων αυτοσυσχετίσεων για τη διερεύνηση εποχικότητας παρουσιάζεται στην εικόνα 3.33. στο οποίο παρατηρείται εποχικότητα και βάση αυτής της παρατήρησης αναζητήσαμε εποχικό μοντέλο. Ξεκινώντας από το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων που αντιστοιχούν σε υστερήσεις πολλαπλάσιες της εποχικότητας (εικόνες 3.34 και 3.35 αντίστοιχα), καταλήξαμε στο καλύτερο αποδεκτό εποχικό μοντέλο  $ARIMA(1,0,0)(1,0,0)_{12}$ .

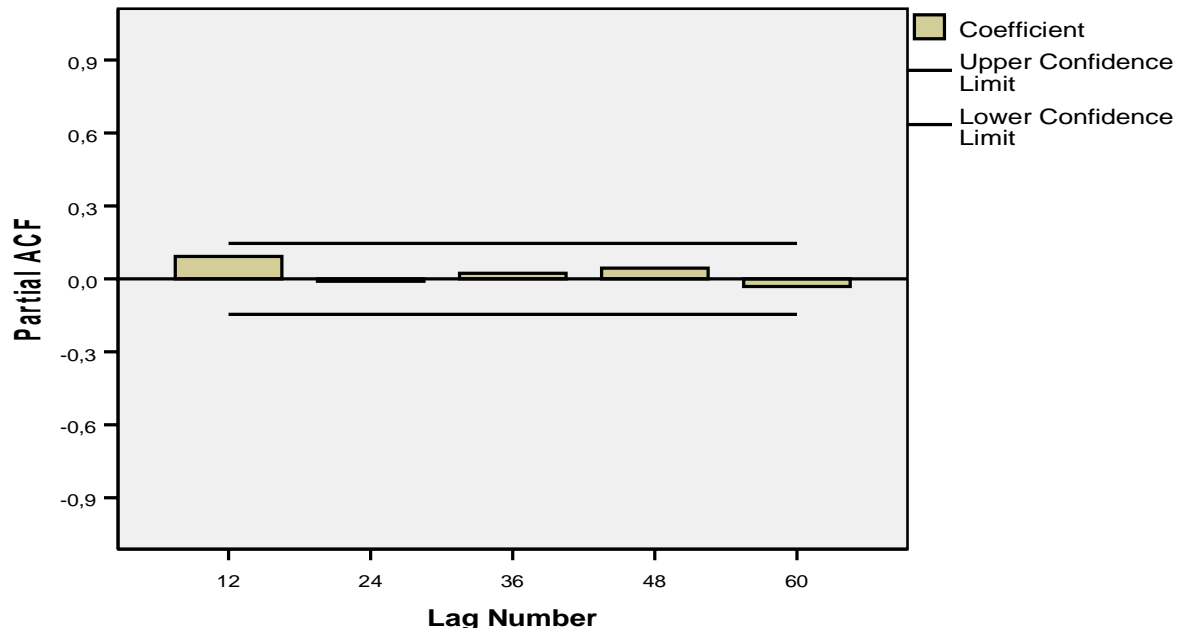




**Εικόνα 3.33** Γράφημα των 60 πρώτων αυτοσυσχετίσεων της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο

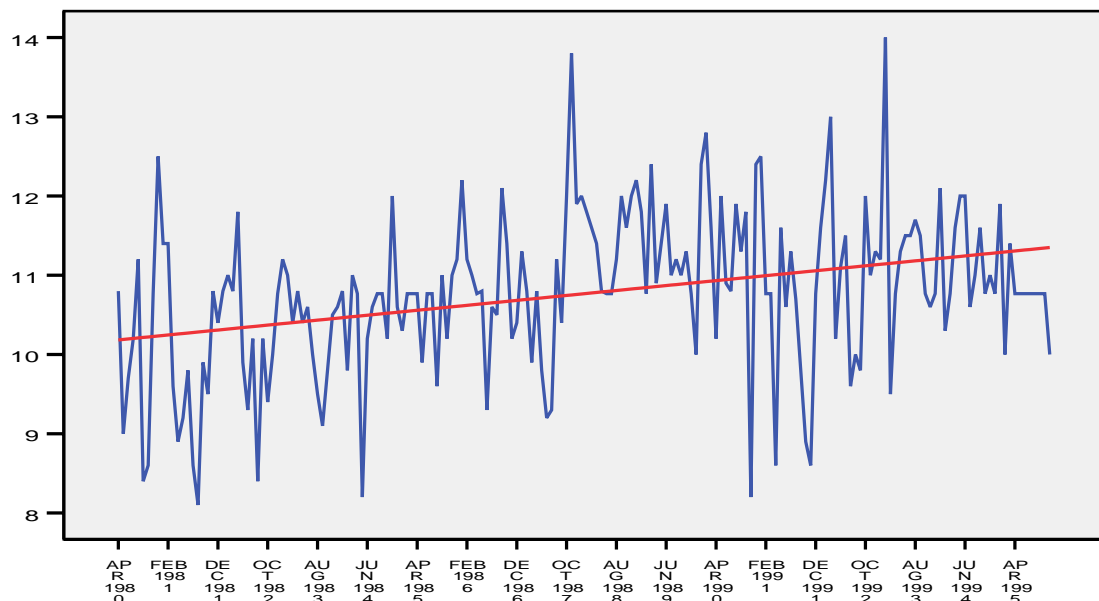


**Εικόνα 3.34** Γράφημα των εποχικών αυτοσυσχετίσεων της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο



**Εικόνα 3.35** Γράφημα των εποχικών μερικών αυτοσυσχετίσεων της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο

Επειδή, σύμφωνα με το γράφημα των παρατηρήσεων της χρονοσειράς ενδέχεται να υπάρχει τάση, προσαρμόσαμε στα δεδομένα μια ευθεία παλινδρόμησης με εξαρτημένη μεταβλητή τις παρατηρήσεις και ανεξάρτητη το χρόνο. Η κλίση της ευθείας αυτής, αν και μικρή (ίση με 0,006) είχε σημαντικότητα 0,000 πολύ μικρότερη της στάθμης σημαντικότητας 0,05, πράγμα που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχει τάση (εικόνα 3.36).



**Εικόνα 3.36** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο και της ευθείας παλινδρόμησης που προσαρμόζεται σε αυτήν.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, το καλύτερο αποδεκτό ARIMA μοντέλο με τάση που προσαρμόζεται στην παράμετρο που αναλύουμε, είναι το ARIMA(1,1,0). Συγκρίνοντας τα στατιστικά των δύο μοντέλων, τα οποία παρουσιάζονται στον πίνακα 3.12 καταλήγουμε στο ARIMA(1,1,0) ως το τελικό μοντέλο.

**Πίνακας 3.12** Στατιστικά σύγκρισης των δύο μοντέλων

	<b>ARIMA(1,0,0)(1,0,0)<sub>12</sub></b>	<b>ARIMA(1,1,0)</b>
Adjusted Residual Sum of Squares	257,966	212,848
Residual Sum of Squares	482,620	212,852
Residual Variance	1,354	1,143
Model Std. Error	1,164	1,069
Log-Likelihood	-296,509	-277,448
Akaike's Information Criterion (AIC)	597,018	556,895
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	603,491	560,127

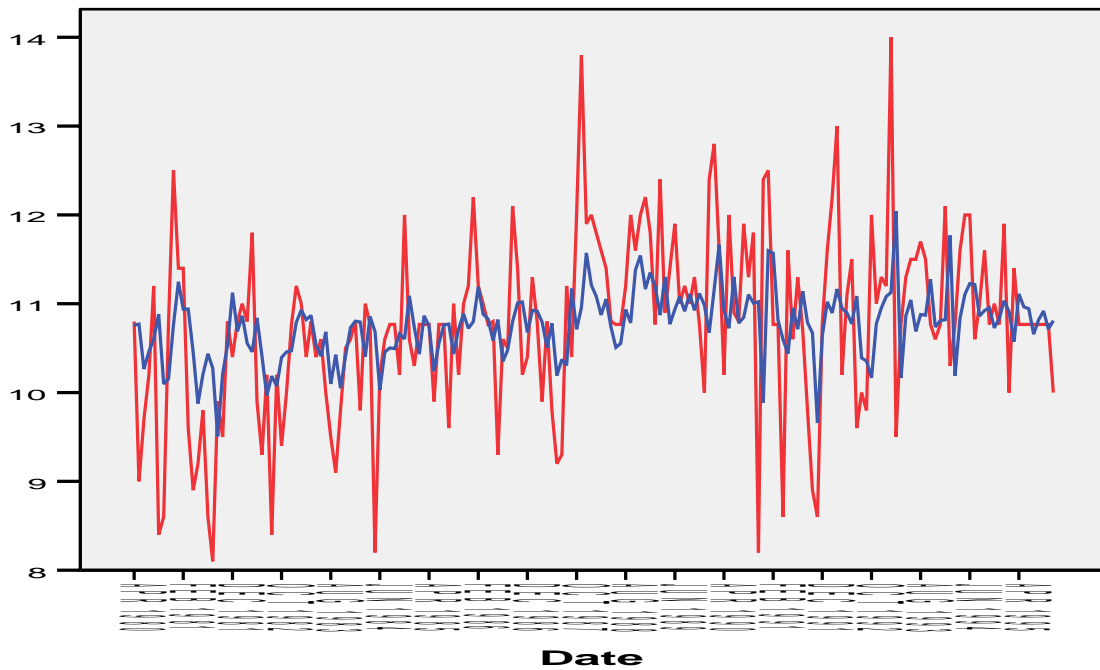
Η εξίσωση του ARIMA(1,1,0) μοντέλου είναι η παρακάτω:

$$(1 + 0,399B)(1 - B)y_t = e_t$$

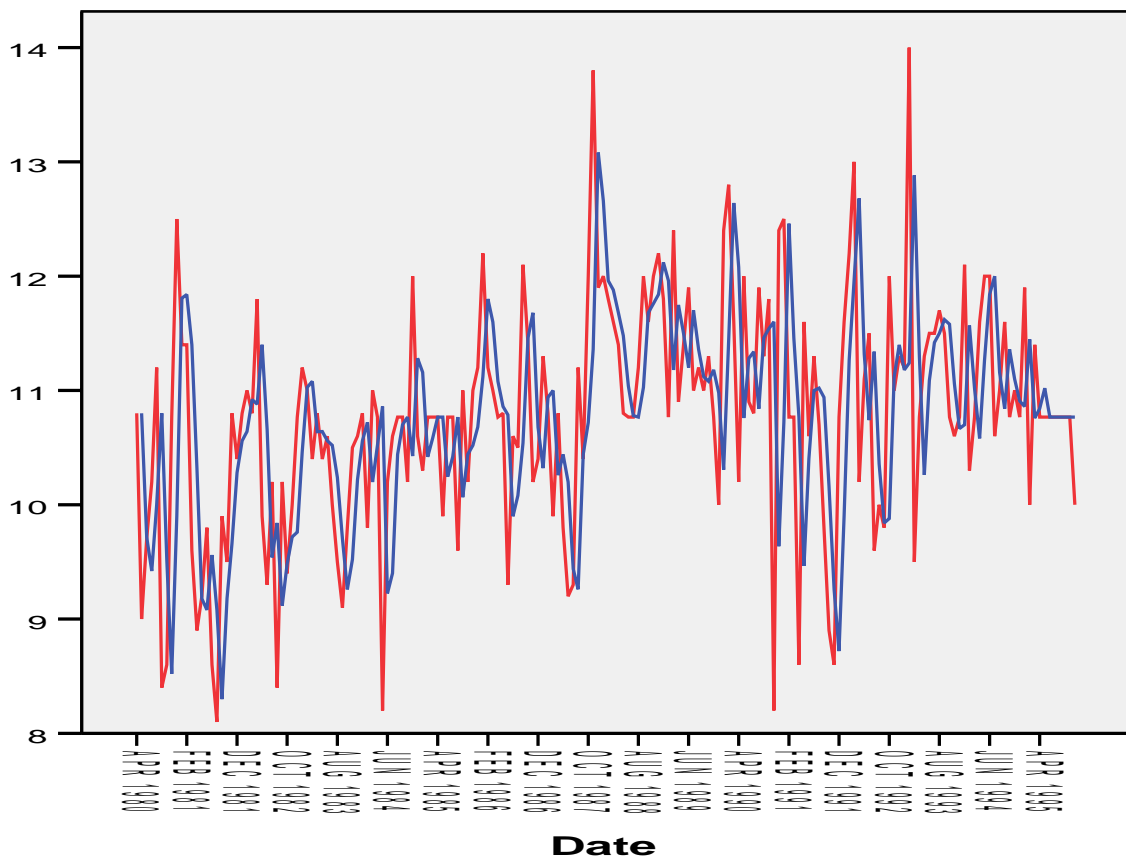
ή

$$y_t = 0,601y_{t-1} + 0,399y_{t-2} + e_t$$

Στις εικόνες 3.37 και 3.38 παρουσιάζεται η προσαρμογή του κάθε μοντέλου και προφανώς η προσαρμογή του ARIMA(1,1,0) είναι καλύτερη.



**Εικόνα. 3.37** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)



**Εικόνα. 3.38** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου και της εκτιμώμενης από το μοντέλο  $ARIMA(1,1,0)$  χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.6 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου ποσοστό κορεσμού του διαλυμένου οξυγόνου

Η χρονοσειρά των μηνιαίων τιμών της παραμέτρου ποσοστό κορεσμού του διαλυμένου οξυγόνου αποτελείται από 188 παρατηρήσεις από τις οποίες όμως λείπουν 49 συνολικά. Το πλήθος των ελλειπουσών τιμών αποτελεί το 26% του συνόλου, ποσοστό υψηλό ώστε να συμπληρωθεί με τους απλούς τρόπους της στατιστικής.

Για τη συμπλήρωση των μηνιαίων τιμών της παραμέτρου, υπάρχουν τρεις τρόποι, τους οποίους και αναφέρουμε συνοπτικά παρακάτω.

1. Τιμές κορεσμού για γλυκό νερό μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση του Hatfield (1941) [Nemerow, 1974]:

$$O_s = \frac{0,678(P-e)}{T+35}$$

Στην οποία  $O_s$  είναι η συγκέντρωση οξυγόνου που αντιστοιχεί στον κορεσμό (mg/l),  $P$  είναι η βαρομετρική πίεση (mm),  $e$  είναι η πίεση κορεσμού των υδρατμών στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος και  $T$  είναι η θερμοκρασία σε  $^{\circ}\text{C}$ .

2. Μια άλλη σχέση, κατά Bishop and Grenney, 1976, για τον προσδιορισμό του οξυγόνου στον κορεσμό με δεδομένα τη θερμοκρασία και το υψόμετρο είναι:

$$O_s = O'_s \left[ \exp \left( -\frac{0,03419EL}{288,8 - 0,006496EL} \right) \right]$$

όπου

$$O'_s = 24,8 - 0,4259T_f + 0,003734T_f^2 - 0,00001328T_f^3$$

και

$$T_f = \frac{T}{0,556} + 32$$

Η θερμοκρασία  $T$  δίνεται σε  $^{\circ}\text{C}$ , ενώ το υψόμετρο  $EL$  σε μέτρα.

3. Τα τελευταία χρόνια έγινε αποδεκτή η εξής σχέση εκτίμησης της συγκέντρωσης κορεσμού του οξυγόνου (ALPHA, 1992, Chapra, 1997)

$$\ln O_s = -139,34411 + (1,575701 \times 10^5 / Ta) - (6,642308 \times 10^7 / Ta^2) + \\ + 1,2438 \times 10^{10} / Ta^3 - (8,621949 \times 10^{11} / Ta^3)$$

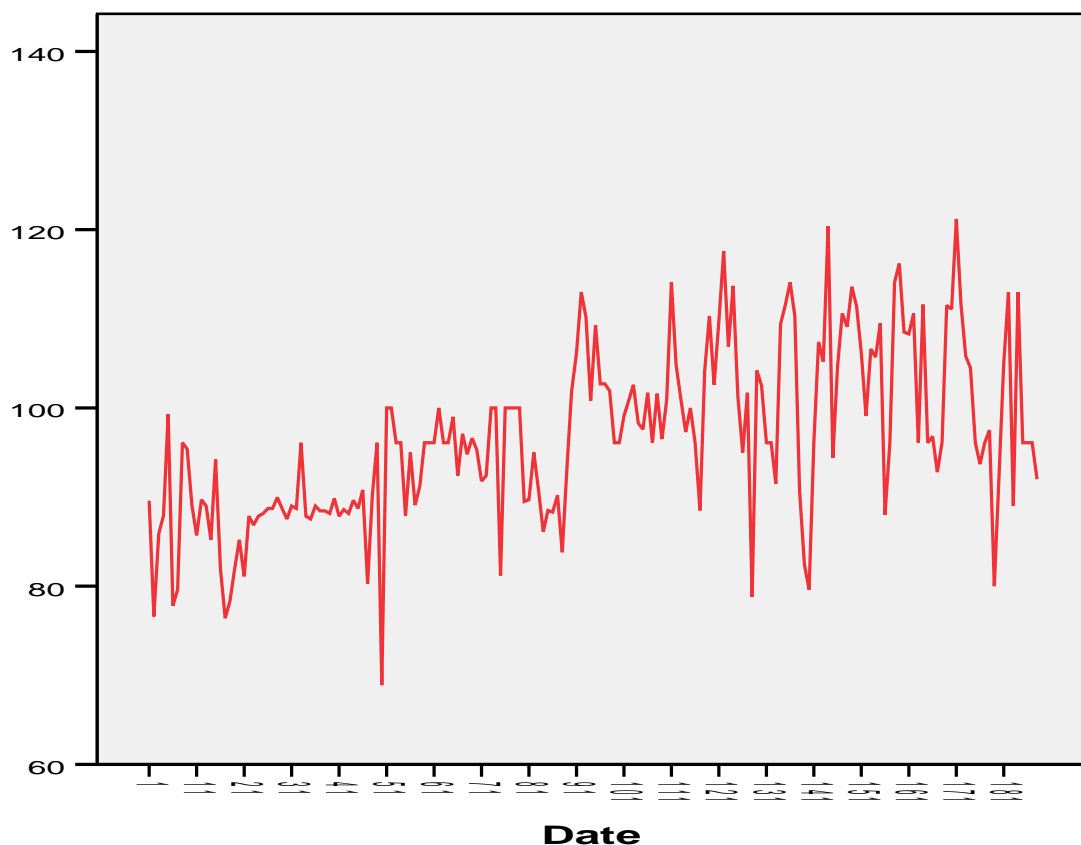
Όπου  $Ta = T + 273,15$  με  $T$  σε βαθμούς κελσίου

Για τη συμπλήρωση της παραμέτρου οξυγόνο κορεσμού χρησιμοποιήσαμε τη δεύτερη σχέση με τη βοήθεια της οποίας συμπληρώσαμε 23 από τις 49 ελλείπουσες παρατηρήσεις και οι υπόλοιπες συμπληρώθηκαν με τον αριθμητικό μέσο της χρονοσειράς, δηλαδή την τιμή 96,09.

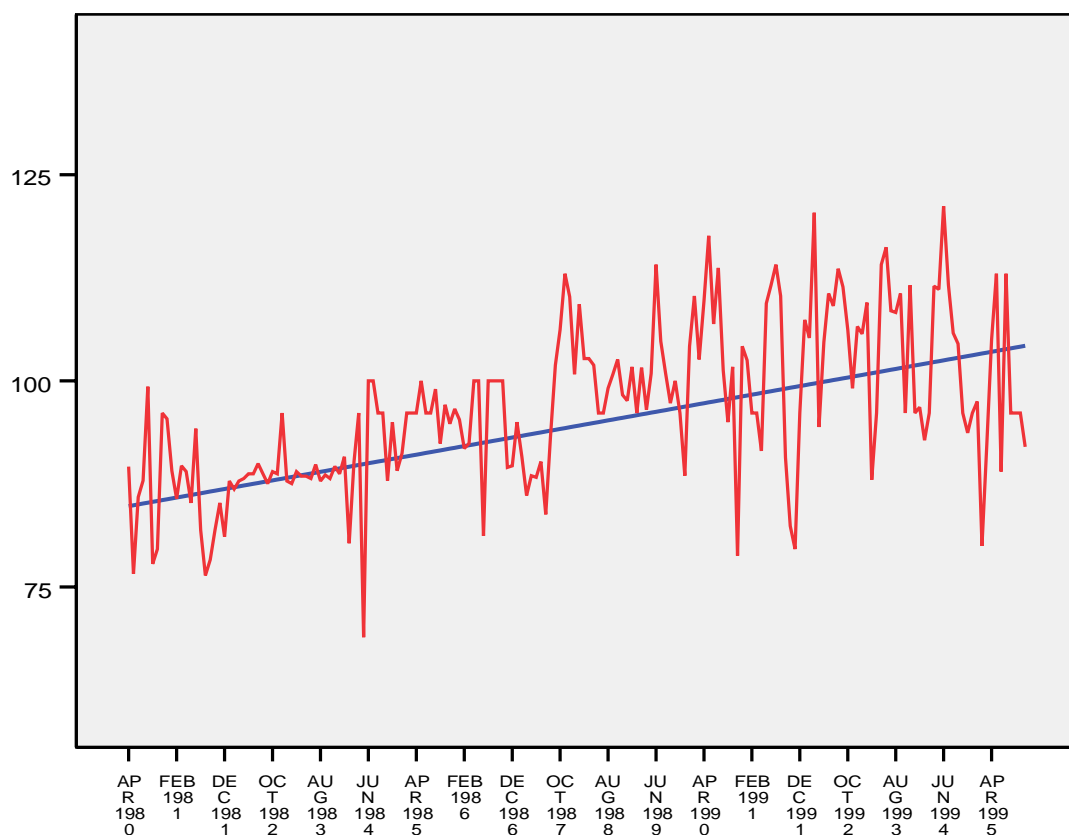
Στην εικόνα 3.39 παρουσιάζεται το γράφημα της συμπληρωμένης χρονοσειράς, όπου παρατηρούμε:

- Μια πιθανή τάση
- Μια πιθανή εποχικότητα
- Παρατηρήσεις εξαρτημένες

Για να ελέγξουμε την πιθανή τάση προσαρμόσαμε μία ευθεία παλινδρόμησης με ανεξάρτητη μεταβλητή το χρόνο και εξαρτημένη τη χρονοσειρά. Το γράφημα της χρονοσειράς και της ευθείας παρουσιάζεται στην εικόνα 3.40, ενώ η εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας στον πίνακα 3.13, όπου διαπιστώνουμε ότι υπάρχει τάση.



**Εικόνα 3.39** Γράφημα της χρονοσειράς του ποσοστού κορεσμένου οξυγόνου

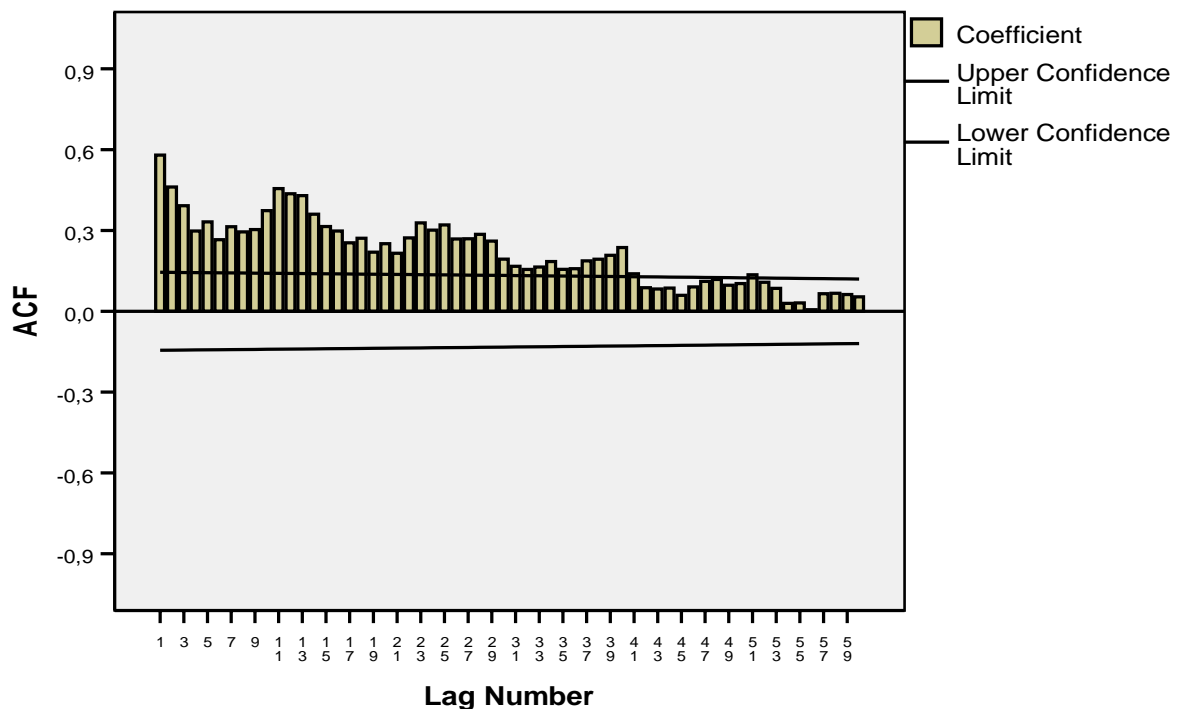


**Εικόνα 3.40** Μηνιαίες τιμές του ποσοστού κορεσμένου οξυγόνου, μαζί με την καλύτερα προσαρμοσμένη ευθεία παλινδρόμησης

**Πίνακας 3.13** Εκτιμητές συντελεστών παλινδρόμησης

	B	Std. Error	t	Sig.
(Constant)	86,703	1,161	74,659	,000
Slope	,104	,011	9,799	,000

Για τον έλεγχο της πιθανής εποχικότητας κάναμε το γράφημα των 60 πρώτων αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς (εικόνα 3.41), από όπου διαπιστώνουμε την ύπαρξη εποχικότητας.

**Εικόνα 3.41** Γράφημα αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς ποσοστό κορεσμένου οξυγόνου.

Το μοντέλο στο οποίο καταλήξαμε είναι το  $ARIMA(1,0,1)(0,1,1)_{12}$ . Οι εκτιμητές των παραμέτρων του μοντέλου με τη σημαντικότητα τους, φαίνονται στο πίνακα 3.14.

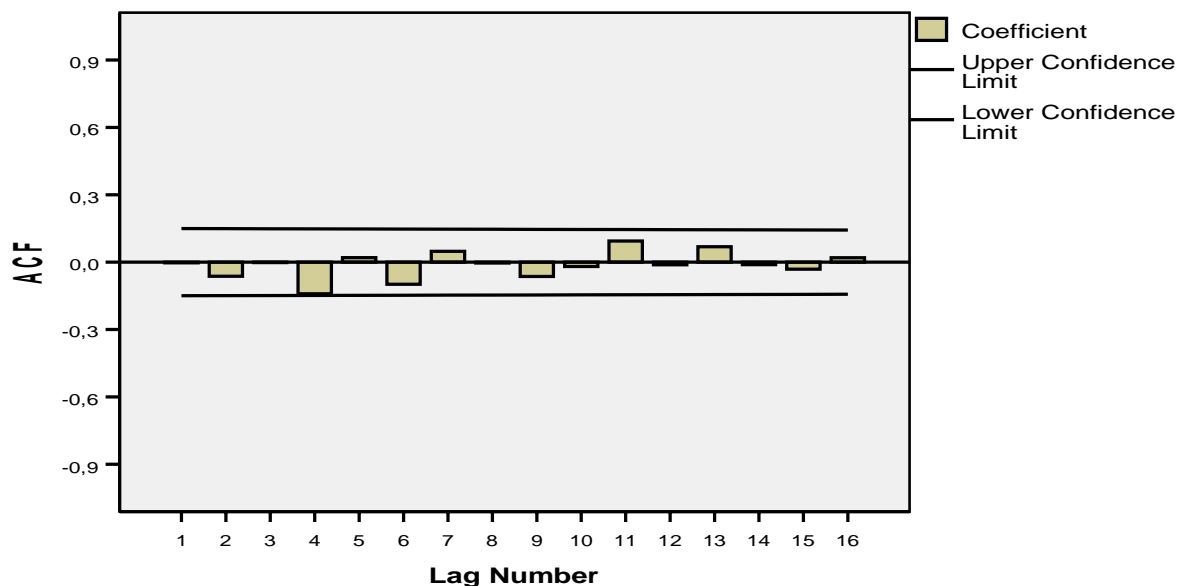
**Πίνακας 3.14** Εκτιμητές παραμέτρων του μοντέλου  $ARIMA(1,0,1)(0,1,1)_{12}$ 

	Estimate	SE	t	Sig.
AR	,801	,095	8,448	,000
MA	,507	,134	3,789	,000
MA, Seasonal	,718	,067	10,737	,000

Για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας των σφαλμάτων το στατιστικό Ljung-Box  $Q(18)$  έδωσε σημαντικότητα 0,696, πολύ μεγαλύτερη της στάθμης σημαντικότητας 0,05,

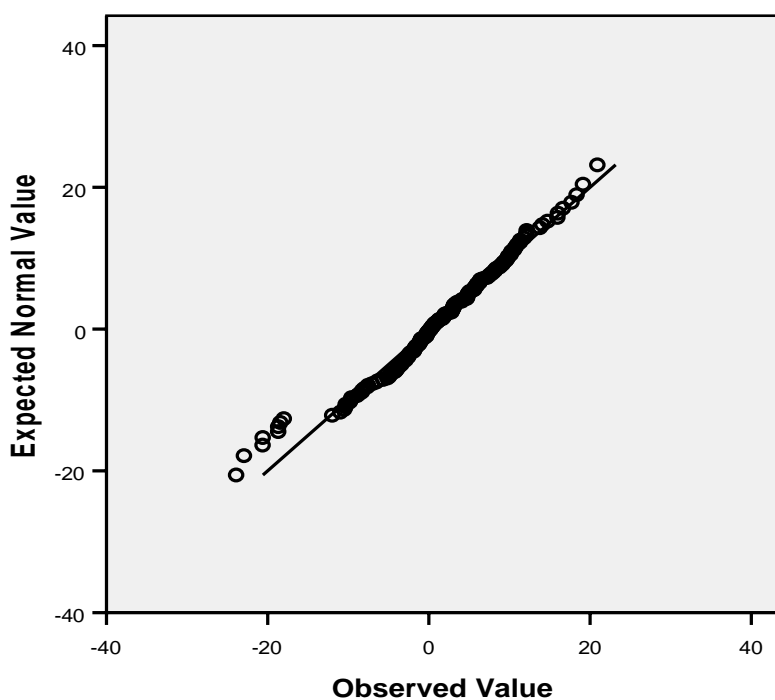


ενώ το γράφημα των 16 αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του μοντέλου (εικόνα 3.42), επιβεβαιώνει την ανεξαρτησία των σφαλμάτων.



**Εικόνα 3.42** Γράφημα αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του μοντέλου

Για τον έλεγχο της προσαρμογής των υπολοίπων στην κανονική κατανομή το Kolmogorov-Smirnov Test έδωσε σημαντικότητα 0,413, ενώ το Q-Q plot παρουσιάζεται στην εικόνα 3.43.



**Εικόνα 3.43** Q-Q plot test

Και με τους δύο ελέγχους γίνεται δεκτή η προσαρμογή των υπολοίπων στην κανονική κατανομή.

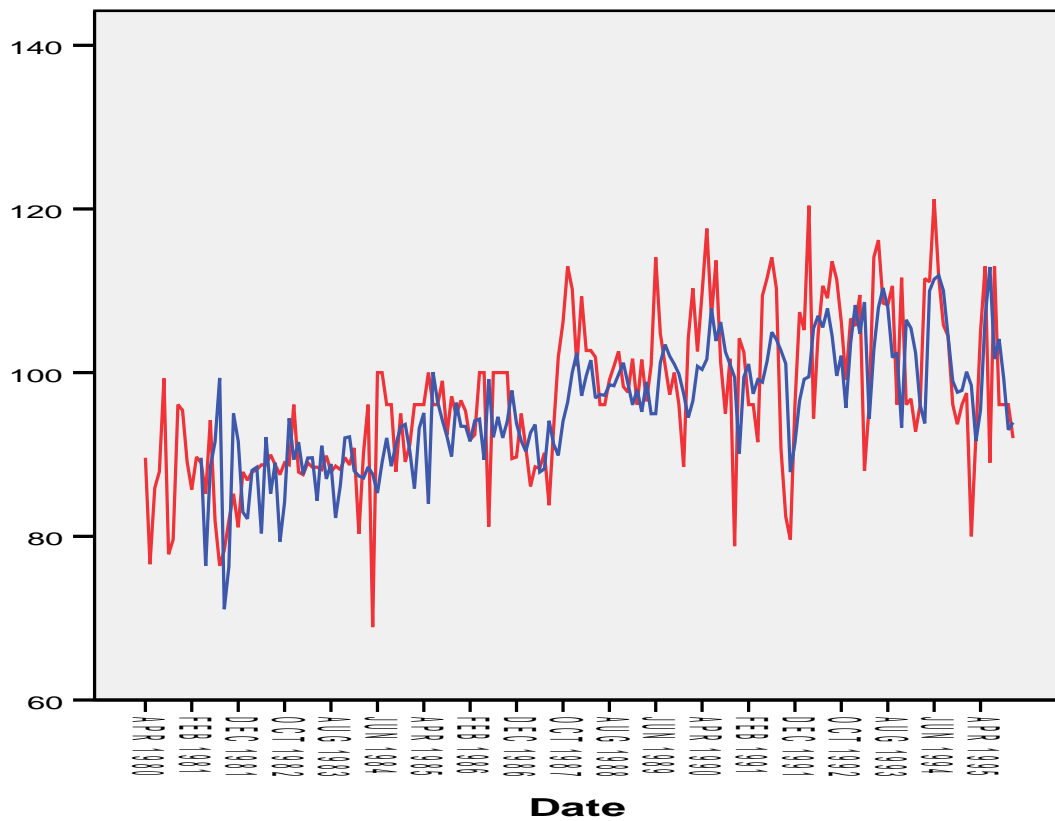
Η εξίσωση του μοντέλου είναι:

$$(1-0,801B)(1-B^{12})y_t = (1-0,507B)(1-0,718B^{12})e_t$$

ή

$$y_t = 0,801y_{t-1} + y_{t-12} - 0,801y_{t-13} + e_t - 0,507e_{t-1} - 0,718e_{t-12} + 0,364e_{t-13}$$

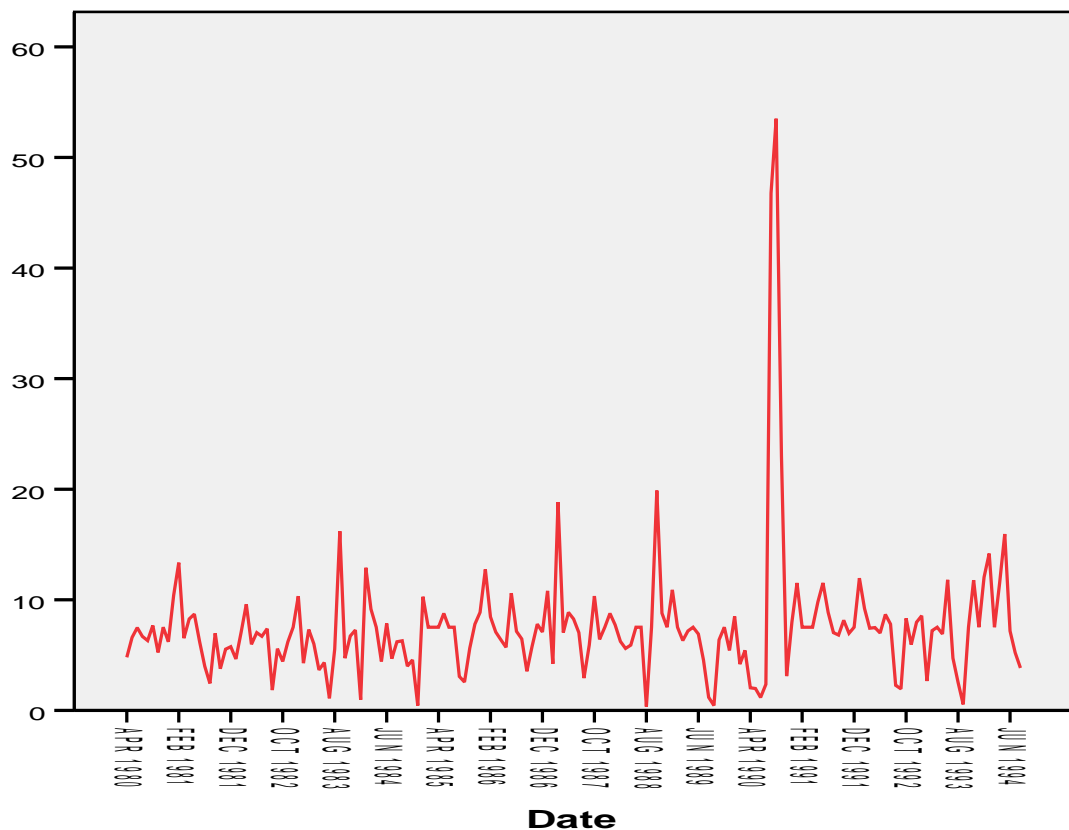
Στην εικόνα 3.44 μπορούμε να δούμε πόσο καλή είναι η προσαρμογή του μοντέλου.



**Εικόνα 3.44** Γράφημα της χρονοσειράς του ποσοστού κορεσμένο οξυγόνο και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.7 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου νιτρικά

Η χρονοσειρά της παραμέτρου αποτελείται από 173 μηνιαίες παρατηρήσεις με πρώτη τη μέτρηση του μηνός Απριλίου του 1980. Υπάρχουν 23 χαμένες τιμές τις οποίες συμπληρώνουμε αντικαθιστώντας την κάθε μία με τη μέση τιμή της χρονοσειράς. Στην εικόνα 3.46 φαίνεται το γράφημα της συμπληρωμένης χρονοσειράς.

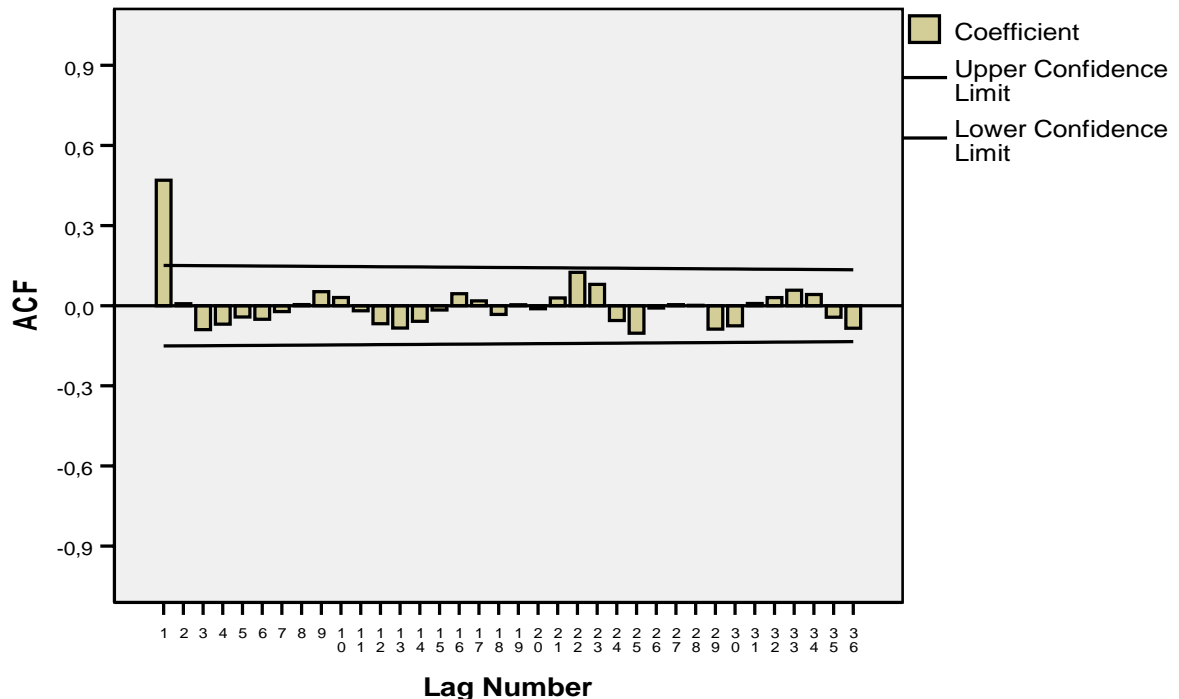


Εικόνα 3.46 Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου νιτρικά

Παρατηρώντας το γράφημα, μπορούμε να πούμε ότι:

- Υπάρχει ένα μέγιστο τον Αύγουστο και το Σεπτέμβριο του 1990
- Εποχικότητα δεν υπάρχει
- Τάση επίσης δεν υπάρχει

Το γράφημα των 36 πρώτων αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς φαίνεται στην εικόνα 3.47.

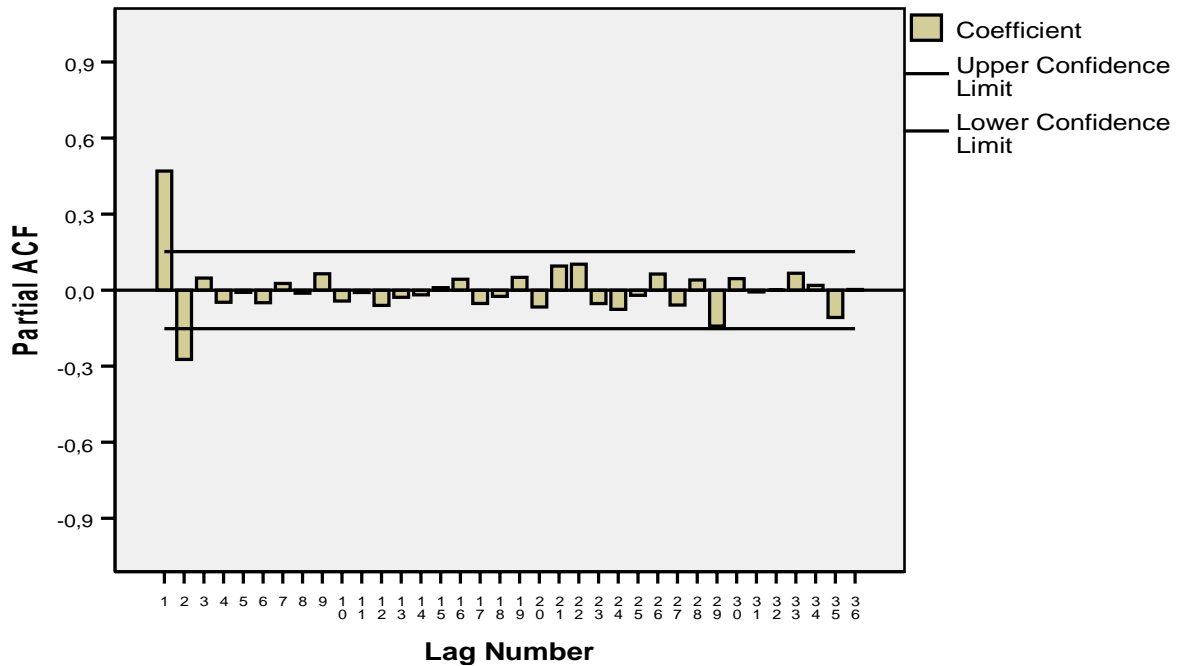


**Εικόνα 3.47** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς της παραμέτρου νιτρικά

Από το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων παρατηρούμε ότι:

- Οι παρατηρήσεις δεν είναι ανεξάρτητες αλλά συσχετισμένες, αφού η αυτοσυσχέτιση υστέρησης ένα, είναι σημαντική.
- Δεν υπάρχει τάση, όπως το είχαμε επισημάνει και από το γράφημα της ίδιας της χρονοσειράς
- Επαληθεύεται επίσης ότι δεν υπάρχει εποχικότητα.

Παρατηρώντας το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων (εικόνα 3.47) και το γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων (εικόνα 3.48), ξεκινήσαμε από ένα μοντέλο  $ARIMA(2,0,1)$  και καταλήξαμε στο μοντέλο  $ARIMA(0,0,1)$  ως το καλύτερα προσαρμοζόμενο στα δεδομένα της χρονοσειράς.



**Εικόνα 3.48** Γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς της παραμέτρου νιτρικά

Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή του τελικού μοντέλου ήταν:

- Η σταθερά του μοντέλου και η κινούμενου μέσου παράμετρος, να είναι σημαντικές, πράγμα που ισχύει, όπως φαίνεται στον πίνακα 3.15

**Πίνακας 3.15** Στατιστικά εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου

	Estimates	Std Error	t	Approx Sig
MA1	-0,577	0,063	-9,198	0,000
Constant	7,504	0,586	12,795	0,000

- Τα υπόλοιπα στατιστικά να είναι τα καλύτερα από όλα τα μοντέλα που δοκιμάσαμε τα οποία και παρατίθενται στον πίνακα που ακολουθεί

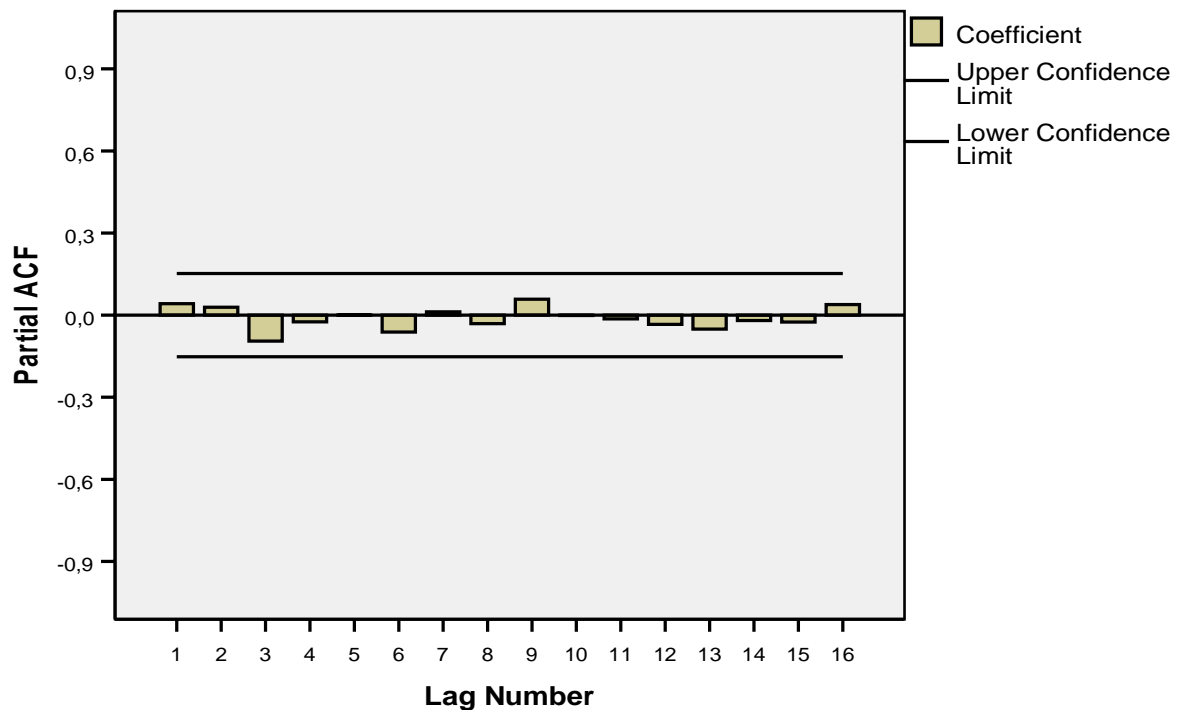
**Πίνακας 3.16** Στατιστικά προσαρμογής του μοντέλου

Adjusted Residual Sum of Squares	5776,093
Residual Sum of Squares	5915,471
Residual Variance	33,699
Model Std. Error	5,805
Log-Likelihood	-548,939
Akaike's Information Criterion (AIC)	1101,877
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	1108,184

- Οι αυτοσυσχετίσεις των σφαλμάτων που προέκυψαν από την προσαρμογή του μοντέλου να είναι όλες ασήμαντες, πράγμα που ισχύει, όπως φαίνεται από το

γράφημά τους (εικόνα 3.49). Επίσης η σημαντικότητα του ελέγχου Ljung-Box

Q(18) βρέθηκε ίση με 0.978. Συνεπώς το μοντέλο είναι αποδεκτό.



**Εικόνα 3.49** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του ARIMA(0,0,1) μοντέλου

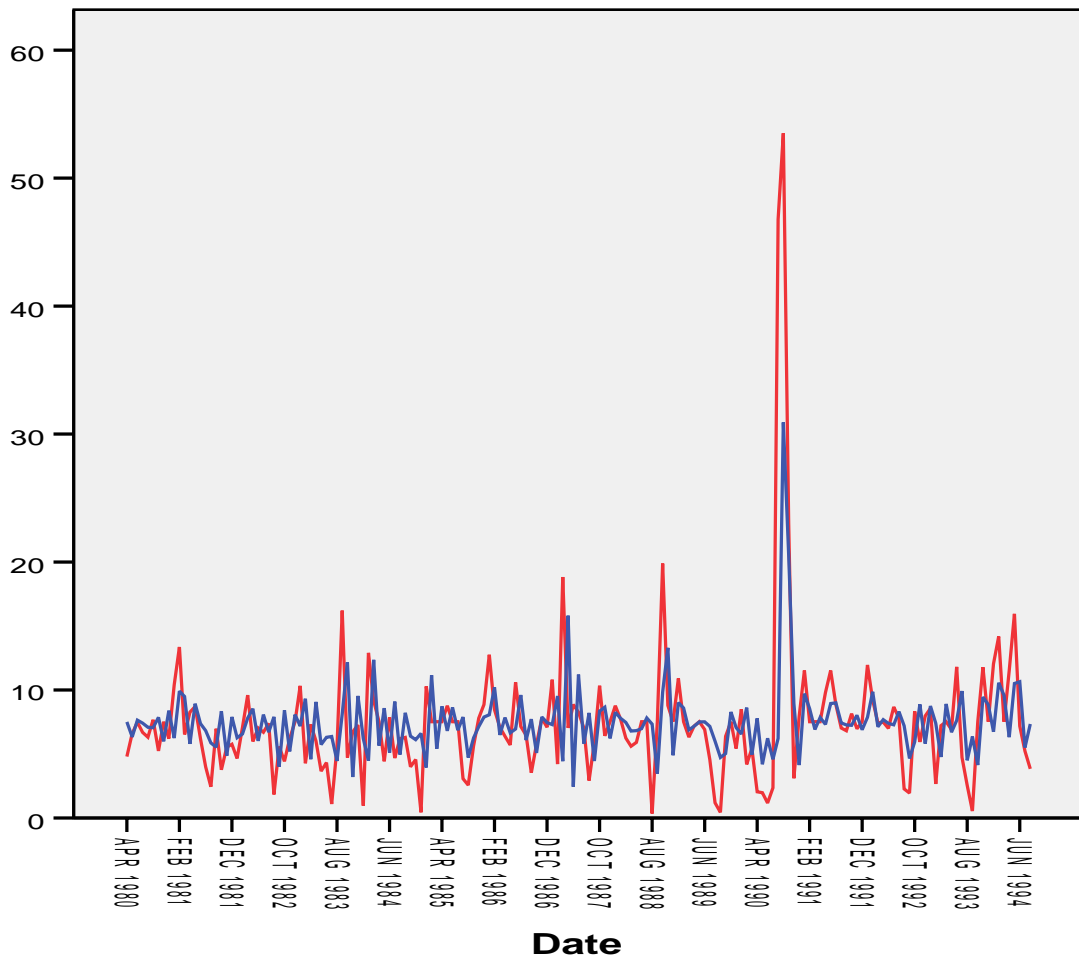
Η αναλυτική έκφραση του μοντέλου, είναι:

$$y_t = 7,504 + (1 - 0,577 B)e_t$$

ή

$$y_t = 7,504 - 0,577 e_{t-1} + e_t$$

Το πόσο καλά το μοντέλο προσαρμόζεται στα δεδομένα, φαίνεται στην εικόνα 3.50, όπου εμφανίζεται το γράφημα της χρονοσειράς των παρατηρήσεων και της χρονοσειράς των  $\hat{y}_t$  δηλαδή των εκτιμώμενων τιμών των παρατηρήσεων που προκύπτουν από το μοντέλο.



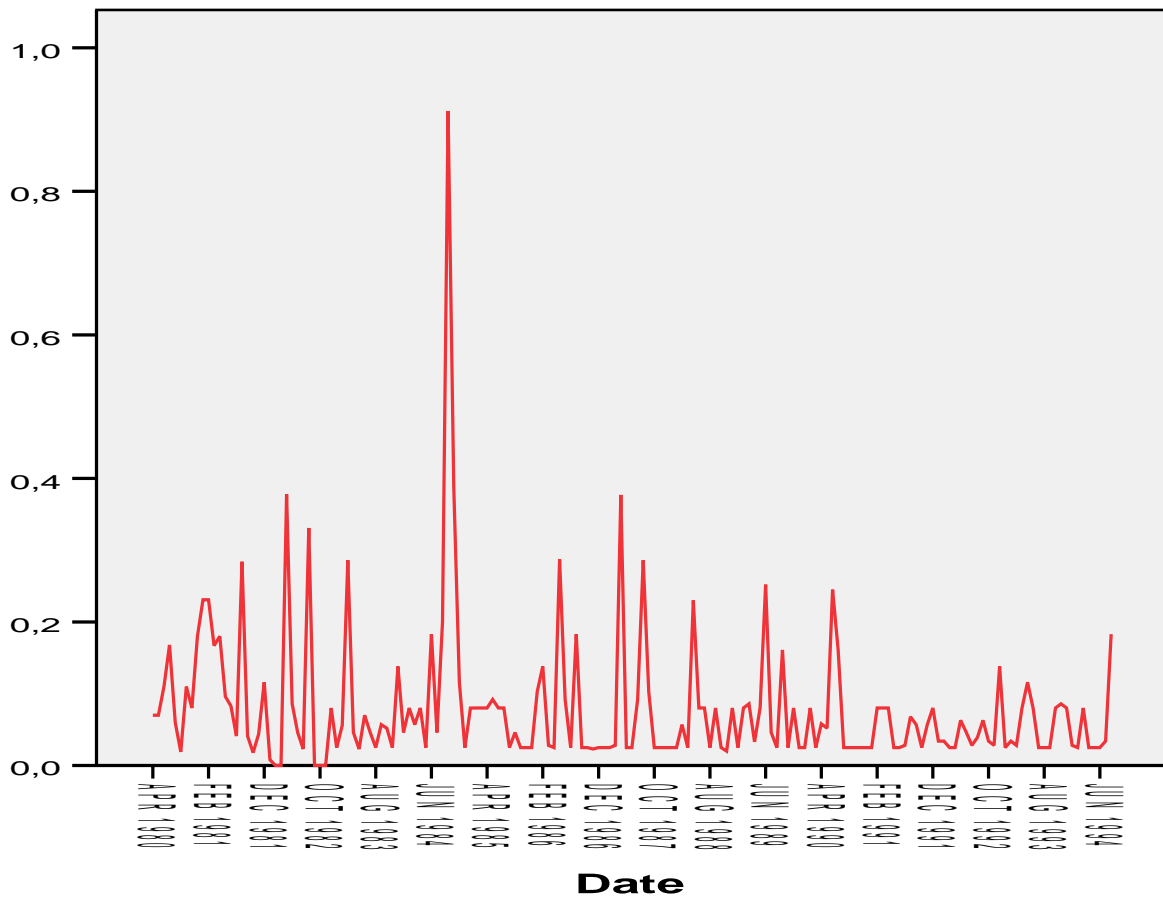
**Εικόνα 3.50** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου νιτρικά και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.8 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου αμμωνιακά

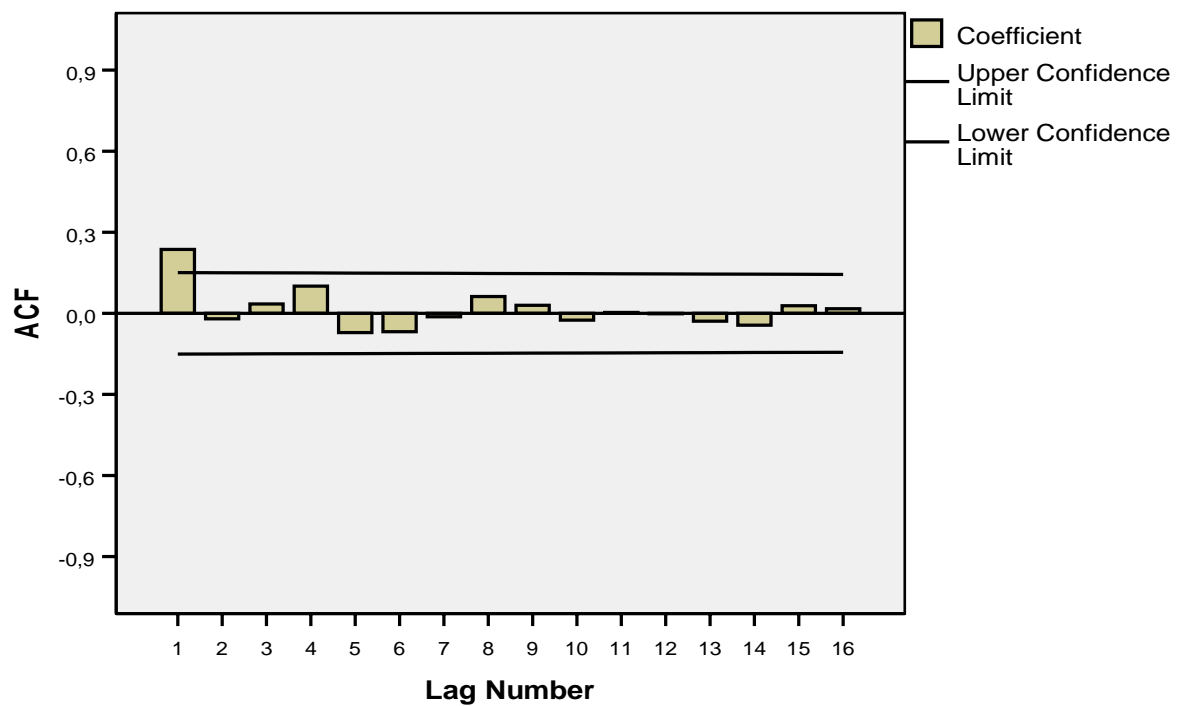
Η γραφική παράσταση των 173 παρατηρήσεων της παραμέτρου αμμωνιακά παρουσιάζεται στην εικόνα 3.51. Από το σύνολο των παρατηρήσεων έλειπαν 24, οι οποίες συμπληρώθηκαν αντικαθιστώντας τις με την μέση τιμή της χρονοσειράς.

Παρατηρώντας το γράφημα, μπορούμε να πούμε ότι:

- Δεν υπάρχει τάση
- Υπάρχει ένα μέγιστο (Σεπτέμβριος 1984)
- Οι παρατηρήσεις είναι εξαρτημένες
- Φαίνεται να μην υπάρχει εποχικότητα



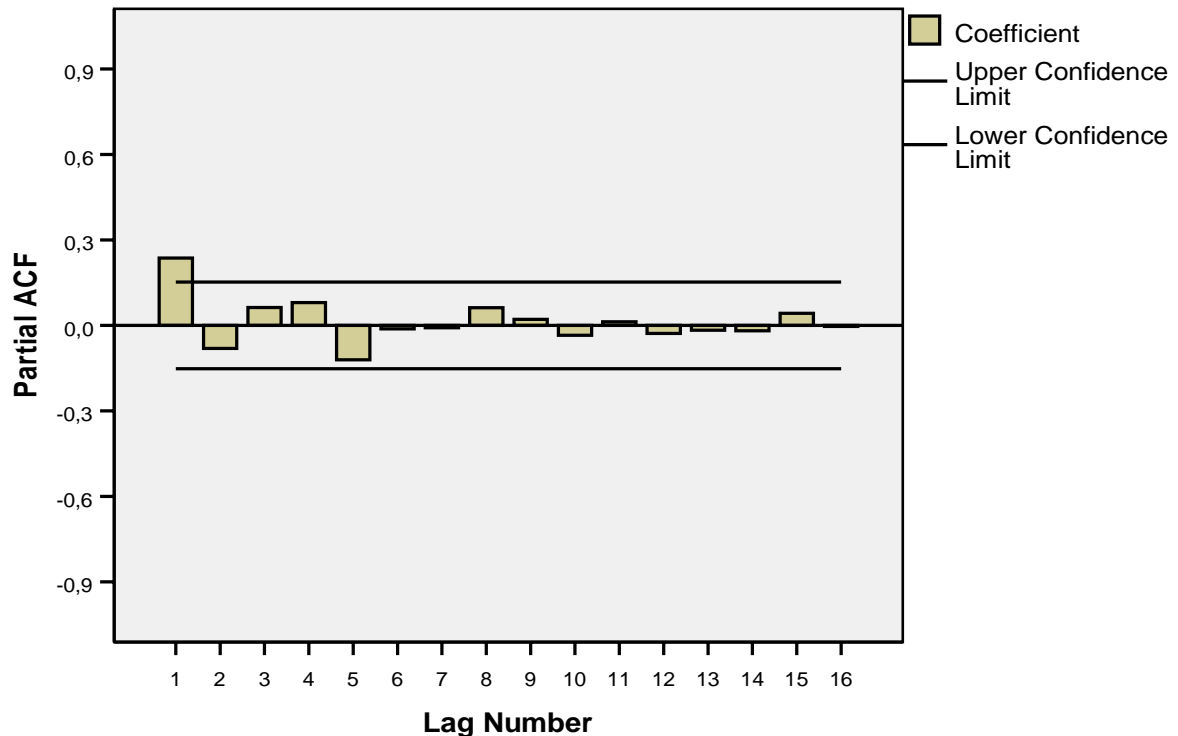
Εικόνα 3.51 Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου αμμωνιακά



Εικόνα 3.52 Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς αμμωνιακά



Παρατηρώντας το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων (εικόνες 3.52 και 3.53 αντίστοιχα) συμπεράναμε ότι: η χρονοσειρά δεν παρουσιάζει εποχικότητα, επίσης επιβεβαιώσαμε ότι οι παρατηρήσεις μας είναι συσχετισμένες και ότι το πρώτο μοντέλο που θα προσαρμόσουμε είναι το ARIMA(1,0,1).



**Εικόνα 3.53** Γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς αμμωνιακά

Χρησιμοποιώντας ως κριτήριο τη σημαντικότητα των παραμέτρων, καταλήξαμε στο μοντέλο ARIMA(0,0,1) για το οποίο η κινούμενου μέσου παράμετρος βρέθηκε σημαντική. Σημαντικός επίσης βρέθηκε και ο σταθερός όρος του μοντέλου, όπως φαίνεται στον πίνακα 3.17.

**Πίνακας 3.17** Στατιστικά εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου

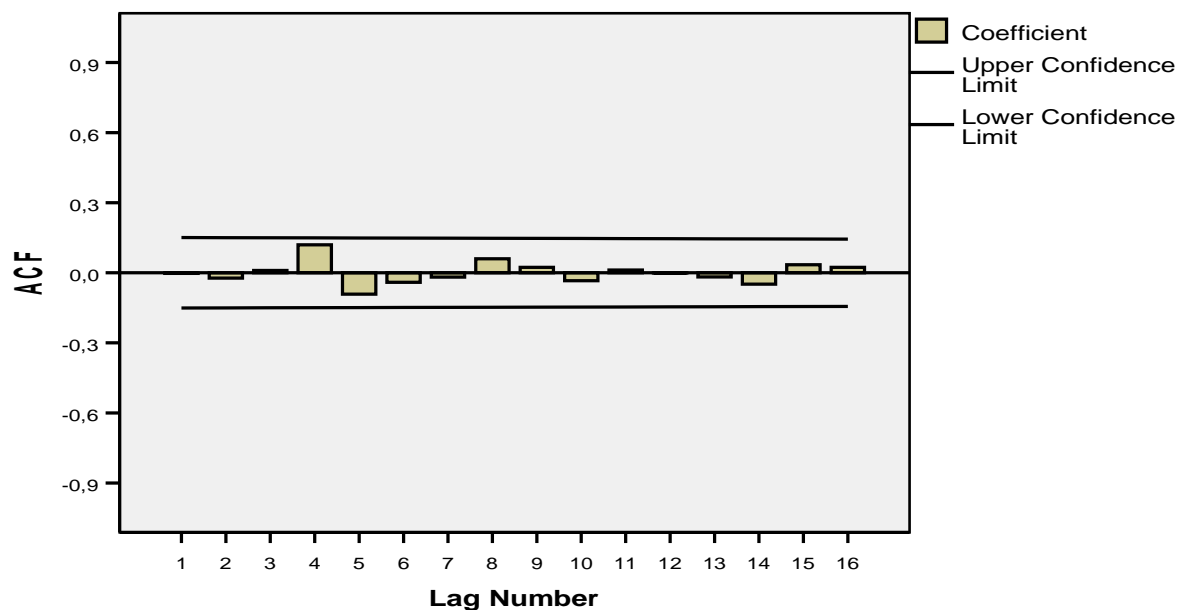
	Estimates	Std Error	t	Approx Sig
MA1	-0,263	0,074	-3,550	0,000
Constant	0,080	0,009	8,670	0,000

Τα υπόλοιπα στατιστικά προσαρμογής του μοντέλου φαίνονται στον πίνακα 3.18.

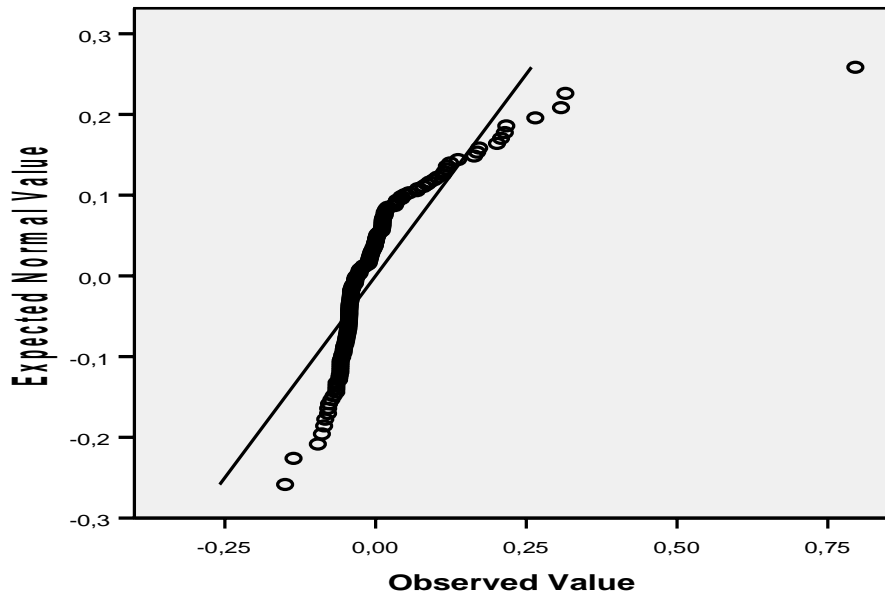
**Πίνακας 3.18** Στατιστικά προσαρμογής του μοντέλου

Adjusted Residual Sum of Squares	1,593
Residual Sum of Squares	1,593
Residual Variance	0,009
Model Std. Error	0,096
Log-Likelihood	160,028
Akaike's Information Criterion (AIC)	-316,056
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	-309,750

Για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας των σφαλμάτων χρησιμοποιήσαμε το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του παραπάνω μοντέλου και οι οποίες όλες είναι ασήμαντες (εικόνα 3.55). Επίσης, η τιμή του στατιστικού Ljung-Box  $Q(18)$  βρέθηκε ίση με 8,778 και η σημαντικότητα 0,947, που συνηγορεί υπέρ της ανεξαρτησίας των σφαλμάτων.

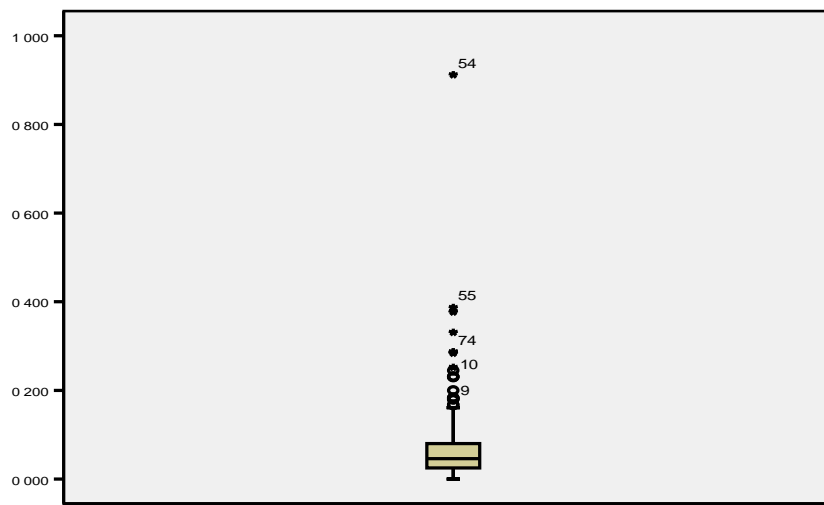
**Εικόνα 3.55** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του ARIMA(0,0,1) μοντέλου

Για τον έλεγχο της κανονικότητας των σφαλμάτων το test Kolmogorov-Smirnov (K-S), έδωσε σημαντικότητα  $0,000 \ll 0,05$  που σημαίνει ότι τα σφάλματα δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, ενώ το Q-Q plot των residuals φαίνεται στην εικόνα 3.56



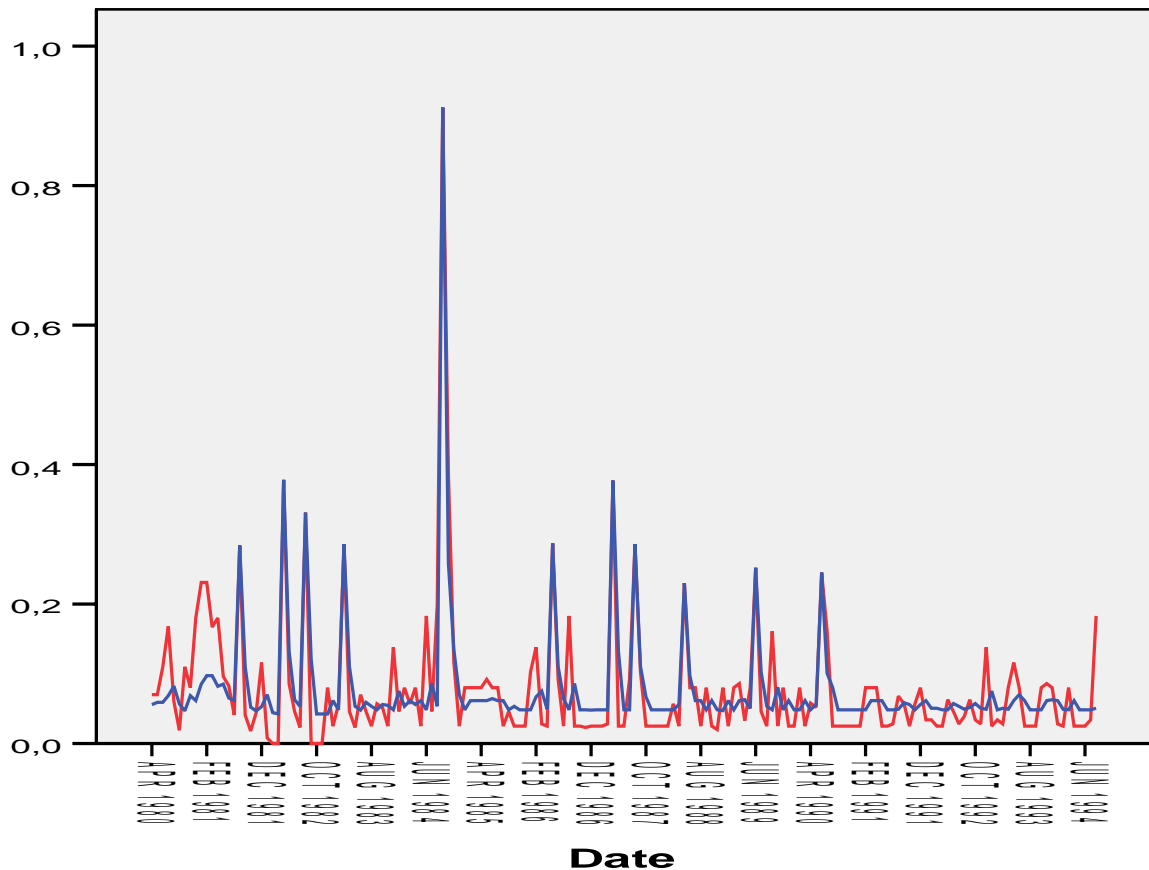
Εικόνα 3.56 Q-Q plot

Παρατηρούμε ότι η προσαρμογή δεν είναι καλή στην κανονική κατανομή και κυρίως πρέπει να οφείλεται στην υψηλή τιμή του Σεπτεμβρίου του 1984.



Εικόνα 3.57 Θηκόγραμμα της παραμέτρου αμμωνιακά

Στην εικόνα 3.57 όπου παρουσιάζεται το θηκόγραμμα της παραμέτρου αμμωνιακά επιβεβαιώνεται ότι η παρατήρηση 9/1984 είναι ένα outlier σημείο. Το ARIMA μοντέλο στο οποίο καταλήξαμε αντιμετωπίζοντας την παραπάνω παρατήρηση σαν innovation outlier είναι το ARIMA(1,0,0). Η προσαρμογή του μοντέλου αυτού δεν ήταν σημαντικά καλύτερη, όπως φαίνεται και από την εικόνα 3.58.



**Εικόνα 3.58** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου αμμωνιακά και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς, όπου τις ακραίες τιμές τις χειριστήκαμε ως outliers. (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

Ακόμη δοκιμάσαμε να προσαρμόσουμε μοντέλο στο λογάριθμο των παρατηρήσεων. Το μοντέλο το οποίο έγινε αποδεκτό ήταν το ARIMA(1,0,0), η προσαρμογή του οποίου όμως ήταν φτωχή.

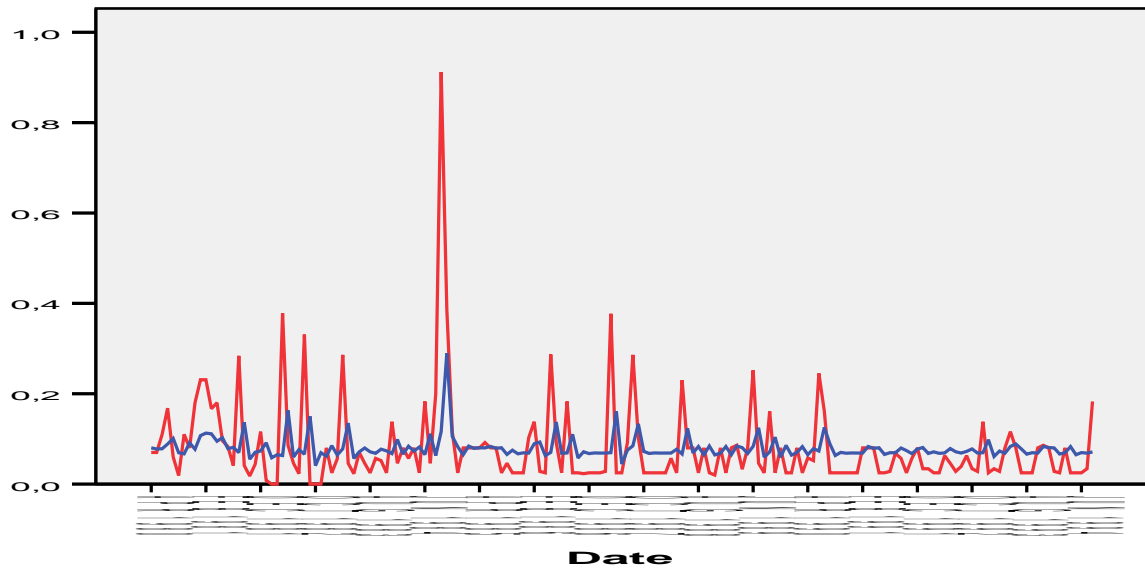
Το μοντέλο στο οποίο τελικά καταλήξαμε είναι το ARIMA(0,0,1), προσαρμοσμένο στις αρχικές παρατηρήσεις. Στην εικόνα 3.59 παρουσιάζεται η προσαρμογή του μοντέλου.

Η εξίσωση του μοντέλου είναι η παρακάτω:

$$y_t = 0,080 + (1 + 0,263 B)e_t$$

ή

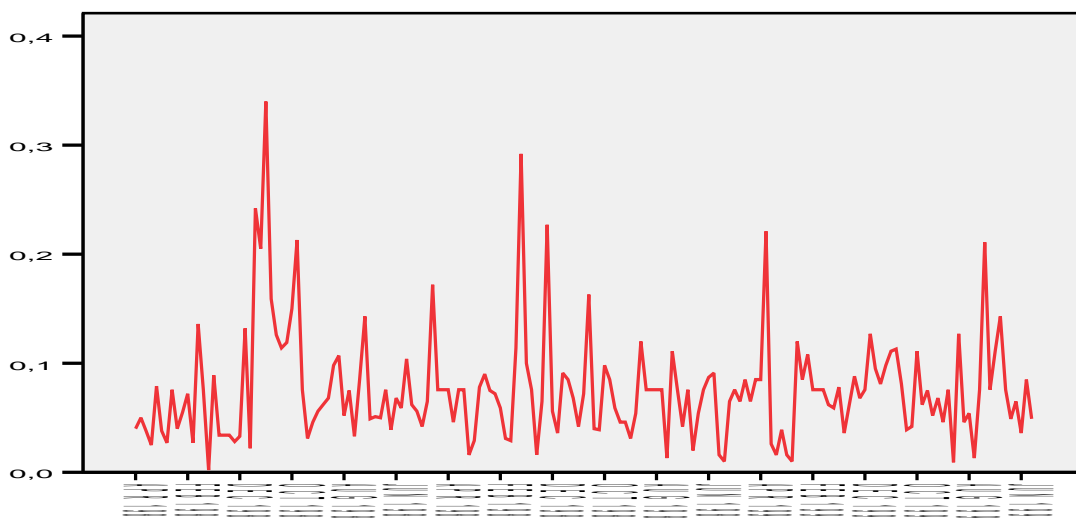
$$y_t = 0,080 + e_t + 0,263 e_{t-1}$$



**Εικόνα 3.59** Γράφημα της χρονοσειράς της παραμέτρου αμμωνιακά και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς, (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

### 3.1.9 Ανάλυση της χρονοσειράς της παραμέτρου ολικός φωσφόρος P

Η χρονοσειρά αποτελείται από 173 παρατηρήσεις και αρχίζει με την παρατήρηση του μηνός Απριλίου του 1980. Υπάρχουν 25 χαμένες τιμές οι οποίες συμπληρώθηκαν αντικαθιστώντας την κάθε μία με τη μέση τιμή της αρχικής χρονοσειράς. Στην εικόνα 3.60 φαίνεται το γράφημα της συμπληρωμένης χρονοσειράς

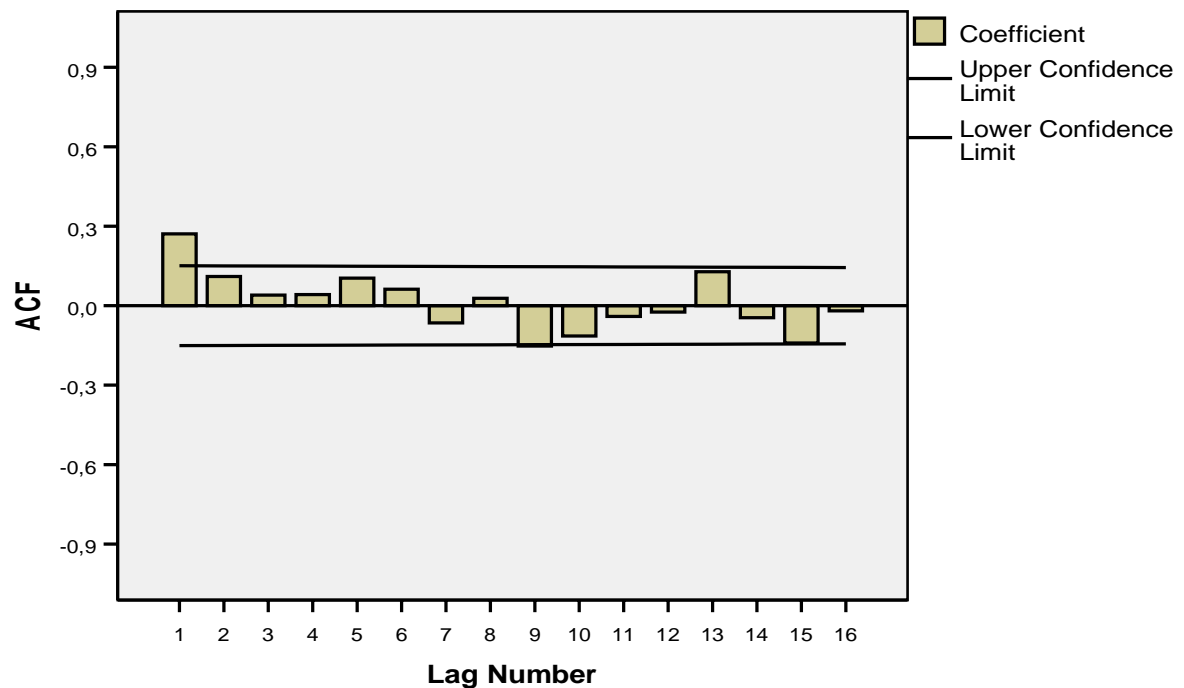


**Εικόνα 3.60** Γράφημα της χρονοσειράς του ολικού φωσφόρου

Παρατηρώντας το γράφημα, μπορούμε να πούμε ότι:

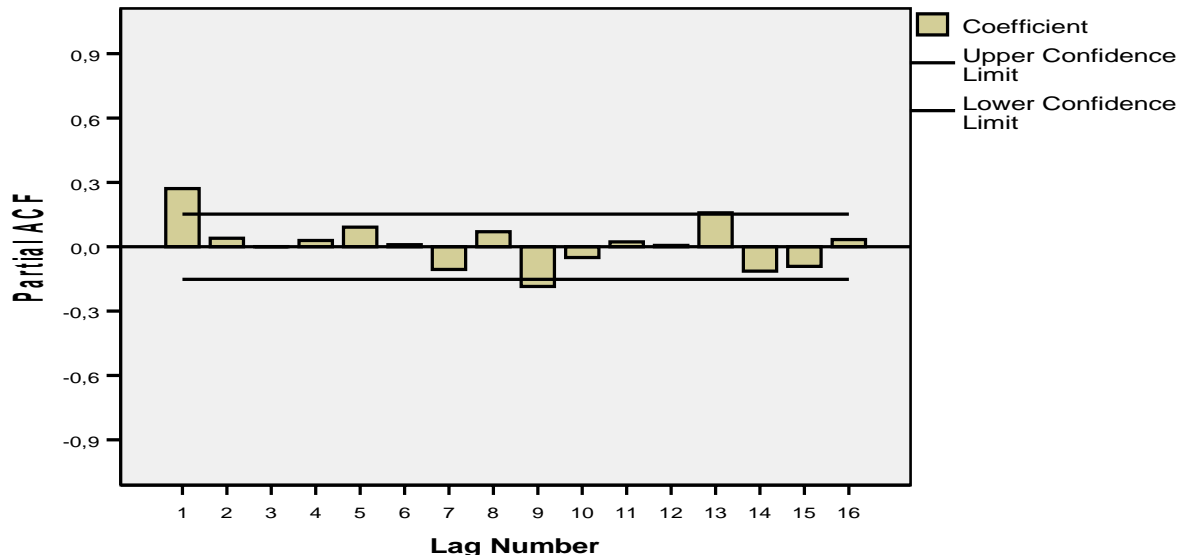
- Δεν υπάρχει τάση
- Υπάρχουν κάποια μέγιστα
- Οι παρατηρήσεις είναι εξαρτημένες
- Φαίνεται να υπάρχει εποχικότητα

Το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων που ακολουθεί (Εικόνα 3.61) επιβεβαιώνει ότι οι παρατηρήσεις δεν είναι ανεξάρτητες, αλλά υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ διαδοχικών παρατηρήσεων (τάξης 1).



**Εικόνα 3.61** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς του ολικού φωσφόρου

Παρατηρώντας το γράφημα των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων (Εικόνες 3.61, 3.62 αντίστοιχα) και αφού δοκιμάσαμε αρκετά ARIMA μοντέλα καταλήξαμε στο  $ARIMA(1,0,0)(1,0,1)_{12}$ , σαν το καλύτερα προσαρμοζόμενο μοντέλο για τη συγκεκριμένη παράμετρο.



**Εικόνα 3.62** Γράφημα των μερικών αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς του ολικού φωσφόρου

Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή του τελικού μοντέλου ήταν:

- Η σημαντικότητα των παραμέτρων του μοντέλου, οι οποίες όπως φαίνεται στον πίνακα 3.19 είναι όλες σημαντικές (σημαντικότητα  $< 0,05$  ή 5%)

**Πίνακας 3.19** Στατιστικά εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου

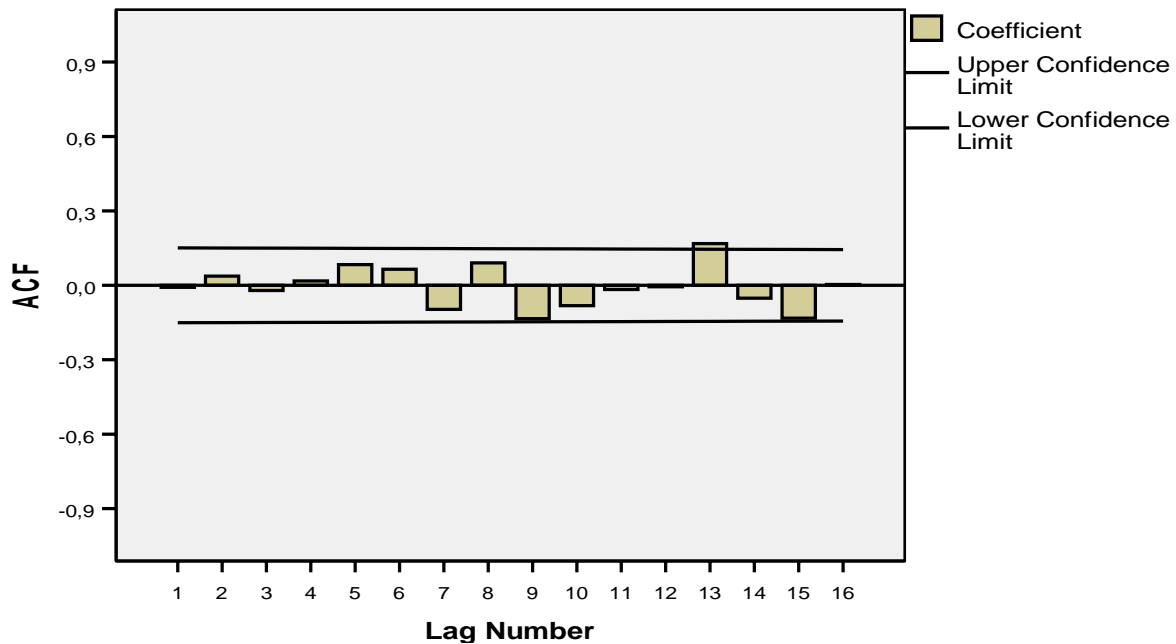
	Estimates	Std Error	t	Approx Sig
AR1	0,279	0,074	3,781	0,000
SAR1	-0,951	0,278	-3,420	0,001
SMA1	-0,916	0,350	-2,618	0,010
Constant	0,075	0,005	15,015	0,000

- Τα υπόλοιπα στατιστικά ήταν τα καλύτερα από όλα τα μοντέλα που δοκιμάσαμε και φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί

**Πίνακας 3.20** Στατιστικά προσαρμογής του μοντέλου

Adjusted Residual Sum of Squares	0,401
Residual Sum of Squares	0,830
Residual Variance	0,002
Model Std. Error	0,049
Log-Likelihood	279,257
Akaike's Information Criterion (AIC)	-550,514
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	-537,901

- Η σημαντικότητα του ελέγχου Ljung-Box Q(18), για τον έλεγχο των 18 πρώτων αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων, που προέκυψαν από την προσαρμογή του παραπάνω μοντέλου, βρέθηκε ίση με 0,168. Συνεπώς το μοντέλο είναι αποδεκτό.



**Εικόνα 3.63** Γράφημα των αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων που προκύπτουν από την προσαρμογή του ARIMA(1,0,0)(1,0,1)<sub>12</sub> μοντέλου

Για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας των σφαλμάτων χρησιμοποιήθηκε επίσης και το γράφημα τους (εικόνα 3.63). Στο γράφημα παρατηρούμε ότι η αυτοσυσχέτιση υστέρησης 13 είναι οριακά σημαντική. Επειδή ο έλεγχος της σημαντικότητας των αυτοσυσχετίσεων γίνεται σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05 ή 5%, στις 16 αυτοσυσχετίσεις μπορούμε να δεχτούμε οριακά μια σημαντική αυτοσυσχέτιση και να αποδεχτούμε το μοντέλο.

Η αναλυτική έκφραση του μοντέλου, είναι:

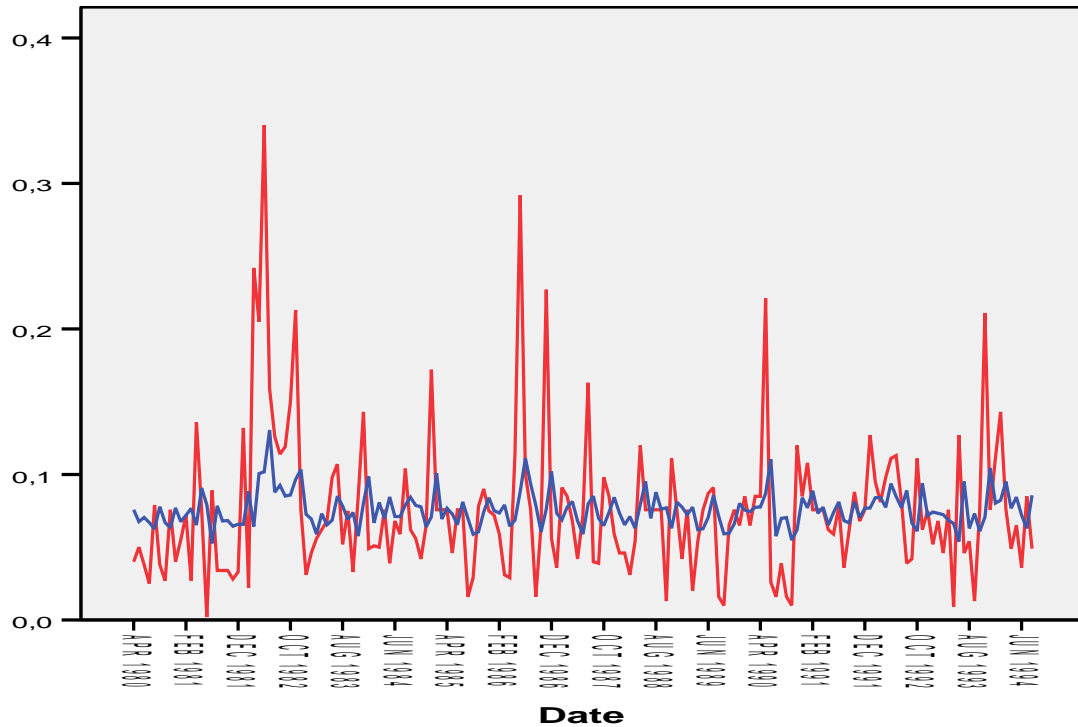
$$(1 - 0,279B)(1 + 0,951B^{12})y_t = 0,075 + (1 + 0,916B^{12})e_t$$

ή

$$y_t = 0,279y_{t-1} - 0,951y_{t-12} + 0,265329y_{t-13} + 0,075 + e_t + 0,916e_{t-12}$$

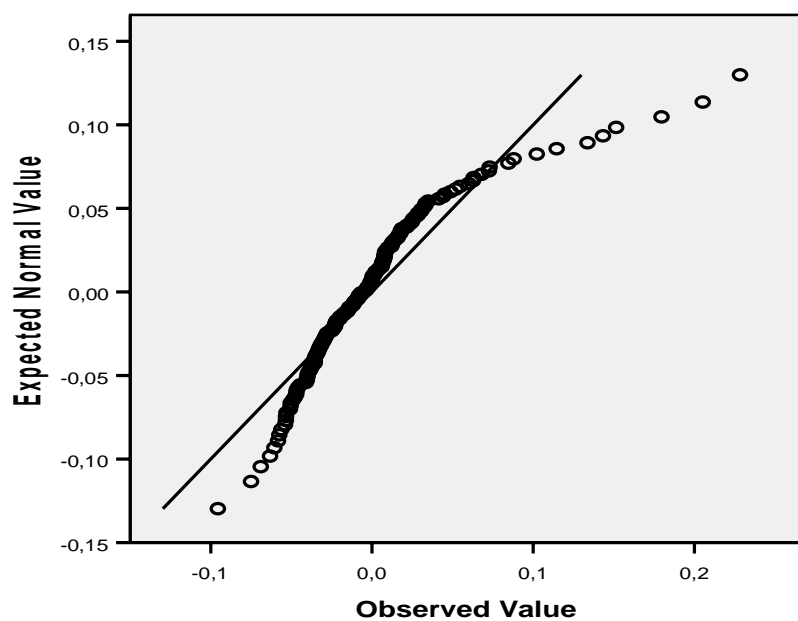


Το γράφημα της χρονοσειράς των παρατηρήσεων και της χρονοσειράς των εκτιμώμενων τιμών των παρατηρήσεων που προκύπτουν από το μοντέλο φαίνονται στην εικόνα 3.64.



**Εικόνα 3.64** Γράφημα της χρονοσειράς του ολικού φωσφόρου και της εκτιμώμενης από το μοντέλο χρονοσειράς (Με κόκκινο χρώμα είναι οι παρατηρήσεις και με μπλε οι εκτιμώμενες παρατηρήσεις.)

Η προσαρμογή των σφαλμάτων στην κανονική κατανομή ελέγχθηκε με το Q-Q plot (εικόνα 3.65).



**Εικόνα 3.65** Q-Q plot

Άλλα ARIMA μοντέλα τα οποία ελέγχθηκαν και τα οποία έδιναν εκτιμητές παραμέτρων αποδεκτούς ήταν τα:

1.  $ARIMA(1,0,0)(2,1,0)_{12}$

2.  $ARIMA(1,1,0)(2,1,0)_{12}$

Τα παραπάνω μοντέλα δεν ήταν αποδεκτά ως προς τα άλλα κριτήρια, δηλαδή δεν έδιναν αυτοσυσχετίσεις σφαλμάτων ασήμαντες και ούτε αποδεκτό το στατιστικό του Ljung-Box  $Q(18)$ .

Ακόμη ελέγχθηκε η προσαρμογή ARIMA μοντέλου στις μετασχηματισμένες παρατηρήσεις. Χρησιμοποιήθηκε ο μετασχηματισμός του νεπέριου λογάριθμου των παρατηρήσεων, η προσαρμογή όμως του λογαριθμικού μοντέλου δεν ήταν καλύτερη, οπότε καταλήξαμε στο αρχικά προτεινόμενο μοντέλο  $ARIMA(1,0,0)(1,0,1)_{12}$ , είναι καλύτερη.

### 3.2 Ανάλυση της τάσης των παραμέτρων

Ύπαρξη τάσης σε μια χρονοσειρά σημαίνει μεταβολή της μέσης τιμής της χρονοσειράς με την πάροδο του χρόνου και μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Η σημαντικότητά της έγκειται στο ότι δείχνει την μακροχρόνια αύξηση ή μείωση των τιμών της χρονοσειράς. Έτσι γνωρίζοντας αν οι τιμές μιας παραμέτρου μακροπρόθεσμα αυξάνονται ή μειώνονται και τις συνέπειες αυτής της μεταβολής, μπορούμε να λάβουμε τα κατάλληλα μέτρα για την αντιμετώπισή τους.

Ο συνήθης τρόπος διερεύνησης της μακροχρόνιας τάσης είναι η προσαρμογή μιας ευθείας παλινδρόμησης στα δεδομένα μας και ο έλεγχος σημαντικότητας της κλίσης της. Βέβαια υπάρχουν και άλλα κριτήρια τα οποία ανιχνεύουν την αιφνίδια (sudden) τάση (Helsel and Hirsch, 1992). Παρακάτω μελετάμε διεξοδικά τις

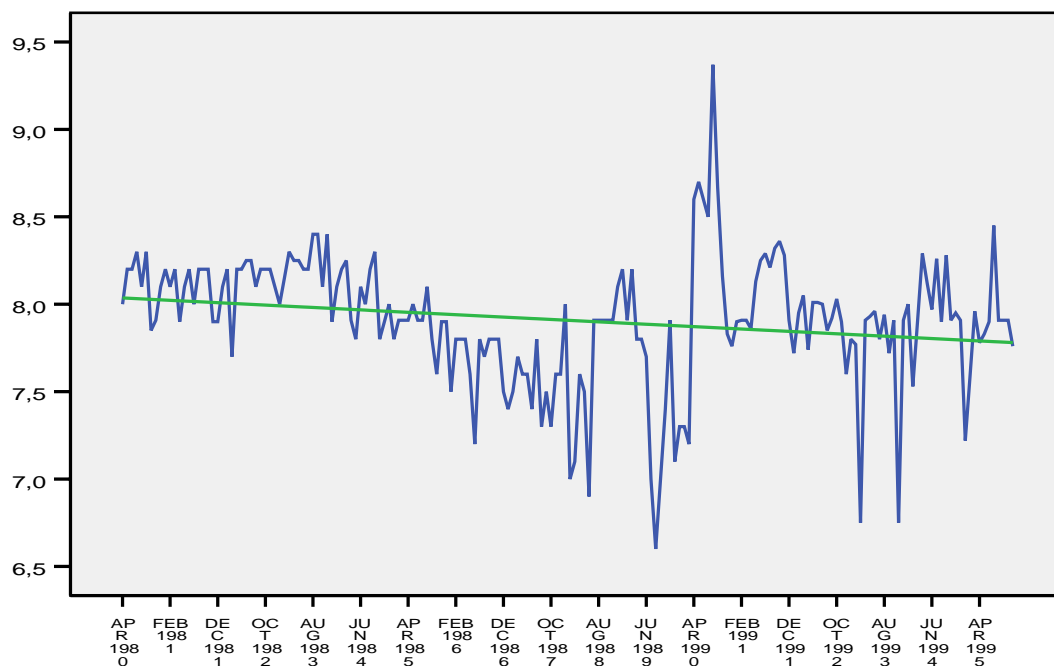
παραμέτρους που βάσει των μοντέλων που προσαρμόσαμε, παρουσιάζουν τάση και αναλύουμε τις συνέπειες στην ποιότητα των υδάτων.

### Παράμετρος pH

Η πρώτη παράμετρος που ελέγχουμε είναι το pH. Η προσαρμογή της ευθείας παλινδρόμησης στα δεδομένα μας παρουσιάζεται στην εικόνα 3.66, ενώ η εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας δίνεται στον πίνακα 3.21. Επίσης στον ίδιο πίνακα φαίνεται το τυπικό σφάλμα και η σημαντικότητα της κάθε παραμέτρου.

**Πίνακας 3.21** Εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας παλινδρόμησης για την παράμετρο pH

Παρά- μετρος		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
pH	b <sub>0</sub>	8,037	,054		149,863	,000
	b <sub>1</sub>	-,001	,000	-,199	-2,775	,006



**Εικόνα 3.66** Γράφημα των δεδομένων και της ευθείας παλινδρόμησης της παραμέτρου pH

Παρατηρούμε ότι η τάση είναι σημαντική (sig.=0,006) και επίσης αρνητική ( $b_1 = -0,001$ ), που σημαίνει ότι το pH των υδάτων του ποταμού Πηνειού ελαττώνεται με την πάροδο του χρόνου. Αυτό έχει ως συνέπεια την όξυνση των νερών του,

γεγονός το οποίο έχει αρνητικές επιπτώσεις τόσο στις κοινότητες των φυτών, όσο και των ζώων. Ειδικότερα οι υδρόβιοι οργανισμοί επηρεάζονται άμεσα γιατί δημιουργούνται τοξικές συνθήκες, αλλά και έμμεσα λόγω της μείωσης ειδών ευαίσθητων σε όξινες συνθήκες. Ουσιαστικά επέρχεται μείωση της βιοποικιλότητας των υδάτων του Πηνειού ποταμού.

Στη μείωση του pH συντελούν οι όξινες αποθέσεις, που οφείλονται σε όξινη βροχή, οξειδίων του θείου και του αζώτου, που προέρχονται από καύσιμα αυτοκινήτων, εργοστασίων κ.τ.λ.

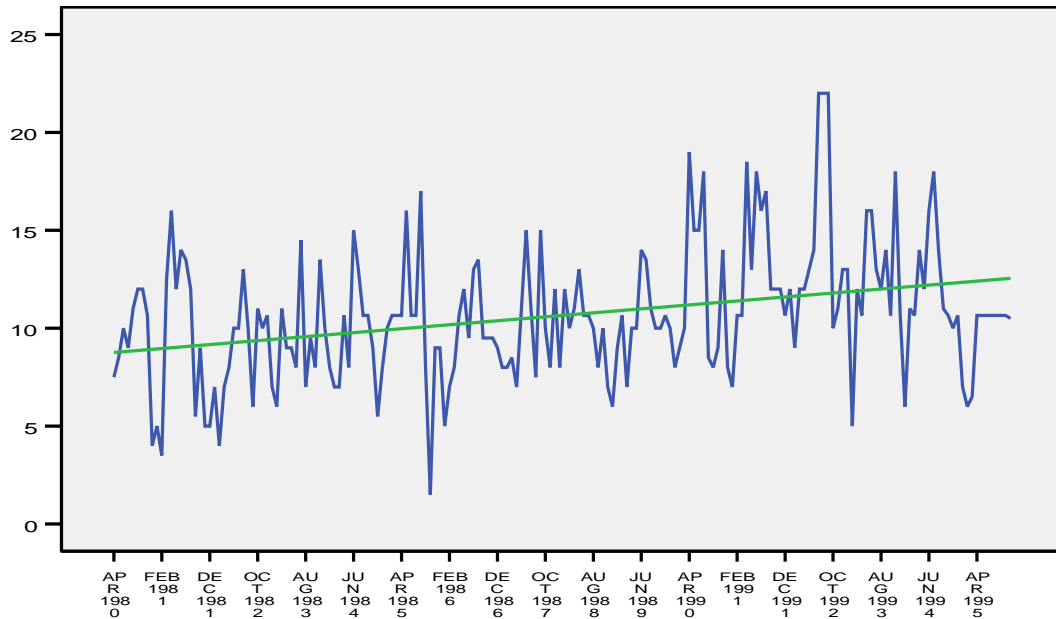
Ένας αποτελεσματικός τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος, δηλαδή της μακροχρόνιας οξίνισης των υδάτων του ποταμού είναι η μείωση των εκπομπών του θείου και του αζώτου.

### Παράμετρος Θερμοκρασία

Μια άλλη παράμετρος που παρουσιάζει τάση είναι η θερμοκρασία, που αποτελεί τον κύριο παράγοντα για τη συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου στα φυτικά και υδατικά συστήματα. Στην εικόνα 3.67 παρατηρούμε μια θετική τάση στην ευθεία παλινδρόμησης που προσαρμόζεται στα δεδομένα της παραμέτρου θερμοκρασία, ενώ στον πίνακα 3.22 όπου εκτιμώνται οι παράμετροι της ευθείας, επιβεβαιώνεται αυτή η θετική τάση.

**Πίνακας 3.22** Εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας παλινδρόμησης για την παράμετρο θερμοκρασία

Παρά- μετρος		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
Τ	b <sub>0</sub>	8,739	,478		18,300	,000
	b <sub>1</sub>	,020	,004	,321	4,622	,000



**Εικόνα 3.67** Γράφημα των δεδομένων και της ευθείας παλινδρόμησης της παραμέτρου θερμοκρασία

Παρατηρούμε ότι η τάση είναι σημαντική ( $\text{sig.}=0,000$ ) και θετική ( $b_1=0,02$ ), που σημαίνει αύξηση της θερμοκρασίας των υδάτων του ποταμού Πηνειού, πράγμα που συμφωνεί με την παγκόσμια αύξηση της θερμοκρασίας του πλανήτη, λόγω του φαινομένου του θερμοκηπίου.

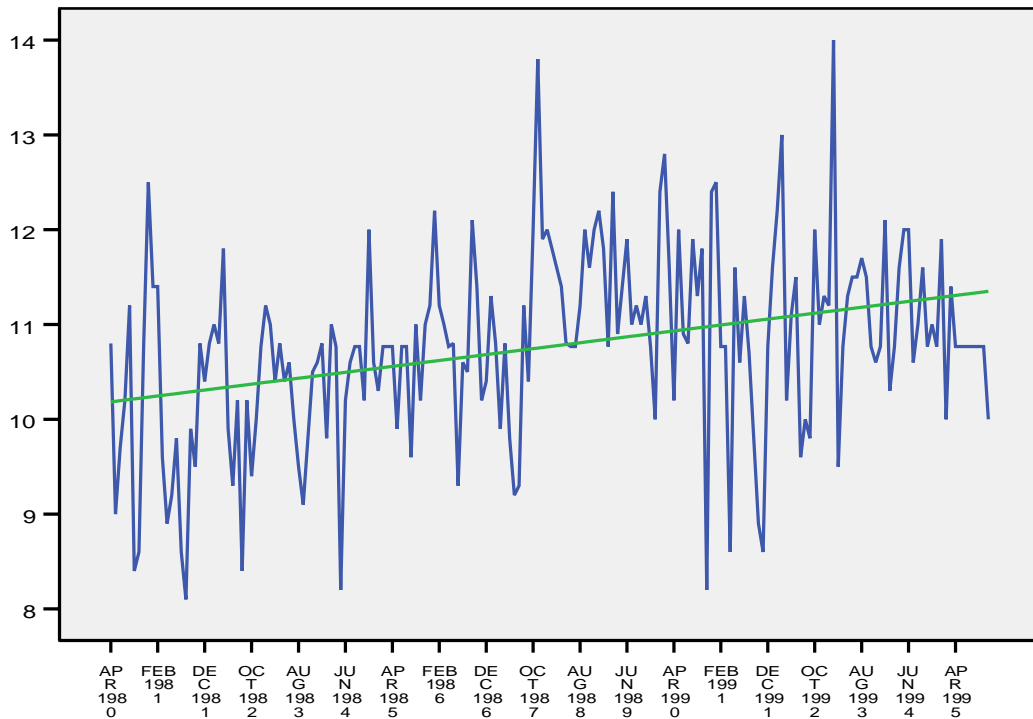
Από βιολογική άποψη τα περισσότερα υδρόβια είδη απαιτούν συγκεκριμένο εύρος θερμοκρασιών για να επιζήσουν. Έτσι εάν η θερμοκρασία ξεπεράσει τα όρια αυτά, τα υδρόβια είδη θα αναγκαστούν να απομακρυνθούν, εάν αυτό είναι εφικτό ή θα κινδυνέψουν με αφανισμό.

### Διαλυμένο οξυγόνο

Όπως προαναφέραμε μεταβολή της θερμοκρασίας των υδάτων έχει άμεση συνέπεια στη συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου.

**Πίνακας 3.23** Εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας παλινδρόμησης για την παράμετρο διαλυμένο οξυγόνο

Παρά- μετρος		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
DO	$b_0$	10,177	,141		72,431	,000
	$b_1$	,006	,001	,334	4,837	,000



**Εικόνα 3.68:** Γράφημα των δεδομένων και της ευθείας παλινδρόμησης της παραμέτρου διαλυμένο οξυγόνο.

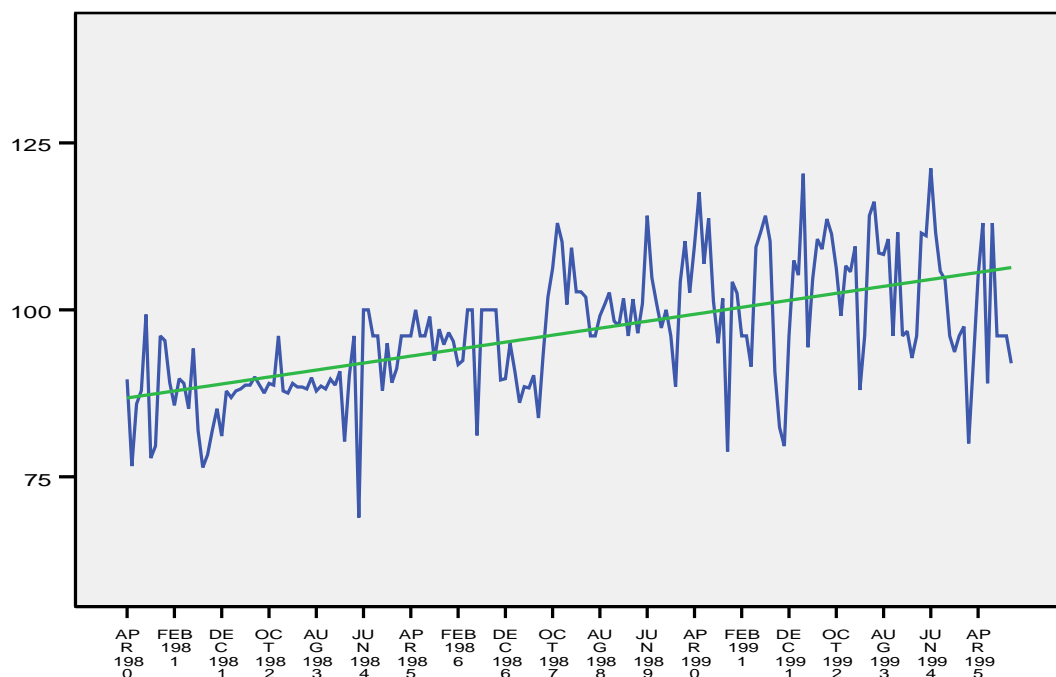
Η τάση της ευθείας είναι σημαντική ( $\text{sig.}=0,000$ ) και θετική ( $b_1= 0,006$ ), που σημαίνει αύξηση του διαλυμένου οξυγόνου. Ο ρυθμός αύξησης που παρατηρείται είναι πολύ μικρός.

### Παράμετρος ποσοστό κορεσμού διαλυμένου οξυγόνου

Παρατηρώντας τις μετρήσεις της παραμέτρου (εικόνα 3.69) εύκολα διαπιστώνεται ότι υπάρχουν τιμές, κυρίως κατά τους θερινούς μήνες, μεγαλύτερες του 100%, π.χ. Σεπτέμβριος 1987 μέτρηση 113%, Μάρτιος 1992 μέτρηση 120%, Ιούνιος 1994 μέτρηση 121,1% που είναι και η μέγιστη τιμή της παραμέτρου, κ.α. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε το φαινόμενο του ευτροφισμού. **Ευτροφισμός** λέγεται η διαδικασία με την οποία η μάζα του νερού των λιμνών και των υδάτινων ρευμάτων εμπλουτίζεται με θρεπτικά στοιχεία και έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση τις παραγωγικότητάς τους. Η αύξηση της παραγωγικότητας έχει σαν συνέπεια την

υπέρμετρη ανάπτυξη κυρίως των μικροφυκών και γενικά της βιομάζας στο νερό των παραπάνω συστημάτων, που οδηγεί στην υποβάθμιση τους (Αντωνόπουλος, 2003).

Ειδικότερα, κατά τους ανοιξιάτικους και καλοκαιρινούς μήνες, το φαινόμενο του ευτροφισμού, αν συνοδεύεται με υπέρμετρη ανάπτυξη των χλωροφυκών, κυανοφυκών και αλγών (φυτοπλαγκτόν) εμφανίζονται πολύ υψηλές τιμές του διαλυμένου οξυγόνου που ξεπερνούν τα όρια του οξυγόνου κορεσμού. Αυτό συμβαίνει γιατί παράγεται οξυγόνο κατά τη φωτοσύνθεση που συντελείται στο φυτοπλαγκτόν. Στον ημερήσιο κύκλο όμως του οξυγόνου, τις ώρες που δεν έχουμε ηλιοφάνεια, λαμβάνει χώρα δραματική πτώση των τιμών του διαλυμένου οξυγόνου, λόγω της κατανάλωσης του από τα βακτήρια για την αποικοδόμηση των θρεπτικών (οργανικών, νιτρικών, φωσφορικών) αλάτων. Δηλαδή οι τιμές πάνω από τα ποσοστά κορεσμού, παρατηρούνται μόνο κατά τις πρωινές ή μεσημεριανές ώρες έντονης ηλιοφάνειας.



**Εικόνα 3.69** Γράφημα των δεδομένων και της ευθείας παλινδρόμησης της παραμέτρου ποσοστό κορεσμού.

Όταν λαμβάνει χώρα υπέρμετρη αύξηση της συγκέντρωσης θρεπτικών στοιχείων που προκαλείται από τον εμπλουτισμό των νερών με απορροές θρεπτικών

στοιχείων τα βακτήρια και τα άλγη γίνονται τόσα πολλά που σχηματίζουν φιλμ (κρούστα) στις υδατικές επιφάνειες προκαλώντας σκίαση στα νερά κάτω από την επιφάνεια. Χωρίς φως, τα φύκια και τα βακτήρια στον πυθμένα θανατώνονται προσφέροντας ακόμη μεγαλύτερη ποσότητα τροφής σε άλλα βακτήρια που συνεχίζουν να αναπτύσσονται. Καθώς ο αριθμός των βακτηρίων αυξάνεται η κατανάλωση του οξυγόνου αυξάνεται δραματικά έτσι οι θετικές επιπτώσεις από την υπερπαραγωγή οξυγόνου κατά τη φωτοσύνθεση των χλωροφυκών δεν αρκούν για να καλύψουν τις νέες ανάγκες σε οξυγόνο του υδάτινου οικοσυστήματος, με αποτέλεσμα το ισοζύγιο του οξυγόνου να τείνει να φτάσει σε επίπεδα κάτω του μηδενός (1-3 mg/l) και να μην υπάρχει οξυγόνο για τους οργανισμούς. Τα ψάρια είναι οι πρώτοι οργανισμοί που πεθαίνουν ενώ ακολουθούν και τα βακτήρια δημιουργώντας ένα νεκρό οικοσύστημα. Αποτέλεσμα του ευτροφισμού είναι η μείωση της ποιότητας του νερού, η μεταβολή της χλωρίδας και πανίδας, των νερών, η μείωση της αισθητικής αξίας καθώς και οι περιορισμένες δυνατότητες για αναψυχή (<http://el.wikipedia.org/wiki>).

Ρύπανση και ευτροφισμός δεν είναι το ίδιο πράγμα. Μία περιοχή μπορεί να είναι ρυπασμένη χωρίς να έχει γίνει ευτροφική. Για παράδειγμα, ρύπανση μπορεί να προξενηθεί από βιομηχανικά τοξικά απόβλητα που αναστέλλουν τις διαδικασίες της φωτοσύνθεσης. Όταν δεν υπάρχουν επιδράσεις από ανθρώπινους παράγοντες ο ευτροφισμός αποτελεί βραδύ φυσικό φαινόμενο.

Το ποσοστό κορεσμού των υδάτων του ποταμού Πηνειού, σύμφωνα με την παρούσα εργασία παρουσιάζει θετική τάση. Συγκεκριμένα η τάση είναι ίση με 0,104 και σημαντική για επίπεδο 5% (πίνακας 3.24).



**Πίνακας 3.24** Εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας παλινδρόμησης για την παράμετρο ποσοστό κορεσμού

Παρά-μετρος		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
O <sub>2</sub> %	b <sub>0</sub>	86,703	1,161		74,659	,000
	b <sub>1</sub>	,104	,011	,583	9,799	,000

Η τάση βάσει της τιμής της είναι αρκετά υψηλή, πράγμα το οποίο σημαίνει μελλοντική αύξηση των τιμών του ποσοστού κορεσμού και μάλιστα με αρκετά γρήγορο ρυθμό. Σύμφωνα με τα προαναφερθέντα θα πρέπει να περιμένουμε αύξηση του φαινομένου του ευτροφισμού, πράγμα το οποίο θέτει σε κίνδυνο το οικοσύστημα της περιοχής.

### Παράμετρος παροχή

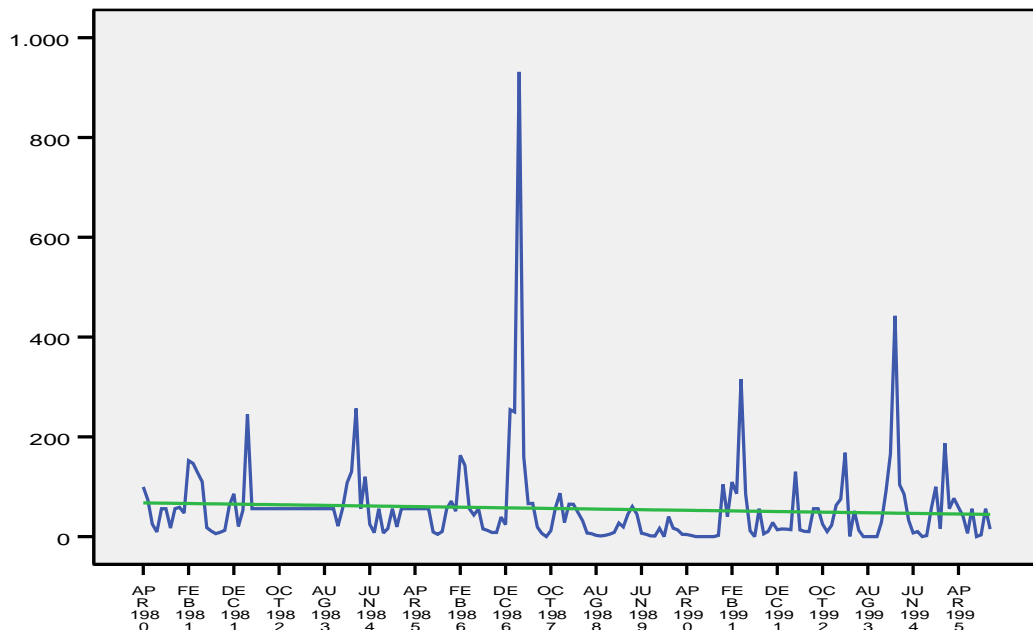
Η παροχή του Πηνειού ποταμού δεν παρουσιάζει τάση ούτε θετική, ούτε αρνητική. Στον πίνακα 3.25 βλέπουμε ότι η κλίση της ευθείας που προσαρμόζεται στα δεδομένα έχει τιμή -0,124. Η σημαντικότητα όμως του ελέγχου με μηδενική υπόθεση  $H_0: b_1=0$  είναι ίση με 0,299 πολύ μεγαλύτερη της στάθμης σημαντικότητας 5%, πράγμα που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχει τάση στα αρχικά δεδομένα.

**Πίνακας 3.25** Εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας παλινδρόμησης για την παράμετρο παροχή

Παρά-μετρος		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
Q	b <sub>0</sub>	67,703	12,932		5,235	,000
	b <sub>1</sub>	-,124	,119	-,076	-1,042	,299

Βέβαια το μοντέλο που προτείνουμε έχει τάση, (παράγραφος 3.1.1) όμως το μοντέλο αυτό προσαρμόζεται στο λογάριθμο των παρατηρήσεων και όχι στις αρχικές παρατηρήσεις. Πράγματι η σημαντικότητα του ελέγχου της τάσης του λογάριθμου των παρατηρήσεων είναι 0,001.

Συμπερασματικά μπορούμε λοιπόν να πούμε ότι η μέση παροχή στον Πηνειό ποταμό δεν δείχνει να μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου.



Εικόνα 3.70 Γράφημα των δεδομένων και της ευθείας παλινδρόμησης της παραμέτρου παροχή

### 3.3 Συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων

Οι παρατηρήσεις για κάθε μια παράμετρο αποτελούν μια ξεχωριστή χρονοσειρά. Μεταξύ των παρατηρήσεων αυτών υπάρχει αυτοσυσχέτιση, επομένως απευθείας έλεγχος ύπαρξης συσχετίσεων από τις αρχικές παρατηρήσεις, δεν είναι σωστός. Πρέπει λοιπόν να απομακρυνθεί η αυτοσυσχέτιση και μετά να υπολογιστεί η συσχέτιση μεταξύ των παραμέτρων, έτσι ώστε κάθε επίδραση της αυτοσυσχέτισης να έχει απομακρυνθεί.

Η διαδικασία η οποία ακολουθήθηκε είναι η εξής: Στις μετρήσεις κάθε παραμέτρου προσαρμόστηκε ένα ARIMA μοντέλο. Τα υπόλοιπα που προέκυψαν από την προσαρμογή αυτού του μοντέλου ελέγχθηκαν ως προς την ανεξαρτησία και την προσαρμογή τους στην κανονική κατανομή. Έτσι ο έλεγχος για τη συσχέτιση μεταξύ των παραμέτρων έγινε μεταξύ των υπολοίπων που προέκυψαν από την προσαρμογή του μοντέλου για κάθε παράμετρο με το test του Pearson.

Στον πίνακα 3.26 καταγράφονται οι συσχετίσεις όλων των παραμέτρων ανά δύο, δηλαδή  $\binom{9}{2} = 36$  συσχετίσεις, συμπεριλαμβανομένων και των συσχετίσεων κάθε μιας παραμέτρου με τον εαυτό της, που είναι μονάδα και εμφανίζονται στα διαγώνια στοιχεία του πίνακα. Για κάθε συνδυασμό παραμέτρων αναγράφεται η τιμή του συντελεστή συσχέτισης (Pearson Correlation), η σημαντικότητα για τον έλεγχο με μηδενική υπόθεση  $H_0 : \rho = 0$  και εναλλακτική  $H_1 : \rho \neq 0$  η οποία σημειώνεται ως Sig. (2-tailed) και το πλήθος των παρατηρήσεων των δειγμάτων. Ακόμη σημειώνονται με ένα αστεράκι οι συντελεστές συσχέτισης που είναι σημαντικοί ( $\neq 0$ ) για στάθμη σημαντικότητας 0,05 (5%), ενώ με δύο αστεράκια οι συντελεστές συσχέτισης που είναι σημαντικοί για στάθμη σημαντικότητας 0,01 (1%).

Οι σημαντικές συσχετίσεις που παρατηρούνται βάση του πίνακα 3.26 είναι:

- Παροχή – Νιτρικά, θετική συσχέτιση  $r = 0,163$   
 Παροχή – pH, αρνητική συσχέτιση  $r = -0,169$
- Ηλεκτρική αγωγιμότητα – pH, θετική συσχέτιση  $r = 0,312$   
 Ηλεκτρική αγωγιμότητα – Θερμοκρασία, αρνητική συσχέτιση  $r = -0,165$   
 Ηλεκτρική αγωγιμότητα – Διαλυμένο οξυγόνο, θετική συσχέτιση  $r = 0,177$   
 Ηλεκτρική αγωγιμότητα – Νιτρικά, θετική συσχέτιση  $r = 0,591$
- pH – Νιτρικά, θετική συσχέτιση  $r = 0,192$
- Θερμοκρασία – Διαλυμένο οξυγόνο, αρνητική συσχέτιση  $r = -0,359$   
 Θερμοκρασία – Ποσοστό κορεσμού, θετική συσχέτιση  $r = 0,222$
- Διαλυμένο οξυγόνο – Ποσοστό κορεσμού, θετική συσχέτιση  $r = 0,518$
- Νιτρικά – Αμμωνιακά, αρνητική συσχέτιση  $r = -0,158$

**Πίνακας 3.26** Πίνακας συσχετίσεων μεταξύ των εννέα παραμέτρων του Πηνειού ποταμού

		Παροχή	Ηλεκτρική Αγωγιμότητα	pH	Θερμοκρασία	Διαλυμένο Οξυγόνο	Ποσοστό Κορεσμού	Νιτρικά	Αμμωνιακά	Ολικός Φωσφόρος
Παροχή	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)	1	0,066 0,425	-0,169* 0,040	0,072 0,383	-0,043 0,606	-0,067 0,417	,163* 0,048	-0,156 0,058	,044 0,597
Ηλεκτρική Αγωγιμότητα	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)		1	0,312** ,000	-0,165* 0,037	0,177* 0,024	0,043 0,587	0,591** 0,000	-0,014 0,858	-0,106 0,182
pH	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)			1	-0,033 0,679	0,133 0,092	0,091 0,250	0,192* 0,015	0,027 0,736	-0,109 0,168
Θερμοκρα- σία	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)				1	-0,359** 0,000	0,222** 0,005	-0,075 0,343	0,022 0,785	-0,002 0,984
Διαλυμένο Οξυγόνο	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)					1	0,518** 0,000	0,080 0,316	-0,009 0,906	-0,129 0,102
Ποσοστό Κορεσμού	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)						1	-0,055 0,485	0,006 0,943	-0,044 0,584
Νιτρικά	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)							1	-0,158* 0,046	0,081 0,305
Αμμωνιακά	Pearson Correlation Sig. (2-tailed)								1	-0,035 0,661
Ολικός Φωσφόρος	Pearson Correlation									1

Παρατηρούμε ότι η περισσότερο συσχετισμένη παράμετρος είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα, που συσχετίζεται θετικά με τις παραμέτρους pH, διαλ. οξυγόνο και νιτρικά, με ιδιαίτερα υψηλή τιμή ( $r=0,493$ ) της συσχέτισης με τα νιτρικά, ενώ αρνητικά με την παράμετρο θερμοκρασία.

Άξιο προσοχής είναι η υψηλή τιμή συσχέτισης μεταξύ των παραμέτρων διαλυμένο οξυγόνο και ποσοστό κορεσμού ( $r=0,496$ ), καθώς επίσης και μεταξύ του διαλυμένου οξυγόνου και της θερμοκρασίας ( $r=-0,346$ ).

### **3.4 Χρήση των μοντέλων ARIMA για πρόβλεψη**

Τα στοχαστικά μοντέλα ARIMA είναι κατεξοχήν μοντέλα που χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη. Το στατιστικό πακέτο SPSS, που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, δίνει τη δυνατότητα πρόβλεψης βάσει του μοντέλου που εκτιμάται.

Η πρόβλεψη στην υδρολογία είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τη δημιουργία προγραμμάτων πρόληψης. Ουσιαστικά μας δίνει τις μελλοντικές τιμές μιας παραμέτρου, έτσι ώστε αν οι τιμές αυτές οδηγούν στη δημιουργία κάποιου προβλήματος (π.χ. στην ποιότητα των υδάτων, στην υπερχείλιση ποταμών κ.α.), να λάβουμε κατάλληλα μέτρα.

Οι προβλεπόμενες τιμές μιας παραμέτρου είναι τόσο περισσότερο αξιόπιστες όσο η χρονική απόσταση από την αφετηρία έναρξης των προβλέψεων είναι μικρή. Αυτό είναι φυσικό αφού όσο απομακρυνόμαστε τόσο λιγότερες πληροφορίες από τις πραγματικές παρατηρήσεις χρησιμοποιούμε.

Για να δώσουμε ένα παράδειγμα πρόβλεψης χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο που εκτιμήθηκε για την παράμετρο pH. Εφαρμόσαμε το μοντέλο στις παρατηρήσεις μέχρι το Δεκέμβριο του 1994 και προβλέψαμε τις τιμές της παραμέτρου για τους

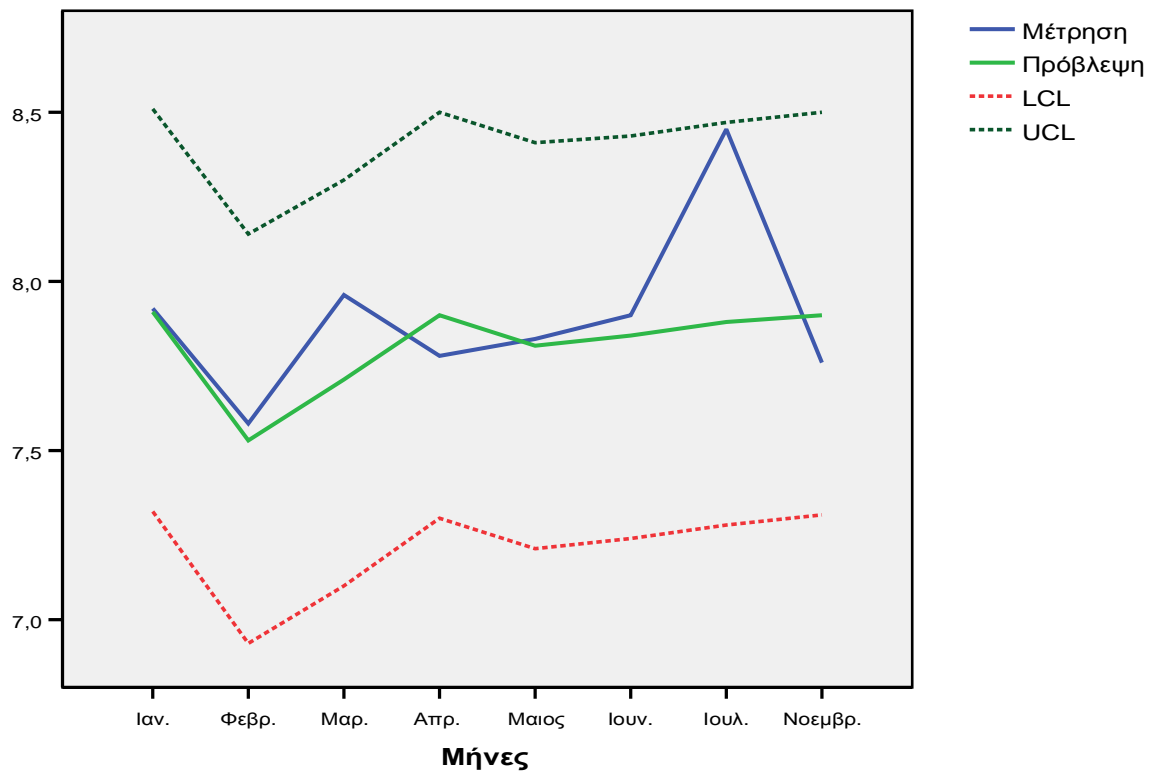
μήνες του έτους 1995. Στον πίνακα 3.27 παρουσιάζονται οι αρχικές μετρήσεις και οι τιμές πρόβλεψης για τους μήνες που υπήρχαν πραγματικές τιμές, καθώς επίσης και το 95% διάστημα εμπιστοσύνης.

Από τον πίνακα 3.27 βλέπουμε ότι οι εκτιμήσεις είναι ικανοποιητικές και η πραγματική τιμή βρίσκεται πάντα μέσα στο διάστημα εμπιστοσύνης. Επίσης, στο γράφημα της εικόνας 3.71 φαίνεται διαγραμματικά το παραπάνω συμπέρασμα.

**Πίνακας 3.27** Πραγματικές και προβλεπόμενες τιμές των μηνών του έτους 1995 της παραμέτρου pH

Μήνες	Πραγματική τιμή	Τιμή πρόβλεψης	Διάστημα εμπιστοσύνης	
Ιανουάριος	7,92	7,91	7,32	8,51
Φεβρουάριος	7,58	7,53	6,93	8,14
Μάρτιος	7,96	7,71	7,10	8,30
Απρίλιος	7,78	7,90	7,30	8,50
Μάιος	7,83	7,81	7,21	8,41
Ιούνιος	7,90	7,84	7,24	8,43
Ιούλιος	8,45	7,88	7,28	8,47
Νοέμβριος	7,76	7,90	7,31	8,50

Από όλα τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η θεωρία χρονοσειρών αποτελεί σπουδαίο εργαλείο για την ανάλυση μηνιαίων μετρήσεων παραμέτρων που καθορίζουν την ποιότητα των υδάτων. Κρίνεται λοιπόν απολύτως απαραίτητη η ανελλιπής συλλογή δεδομένων από τους σταθμούς, για την αξιοποίηση τους και τη λήψη μελλοντικών μέτρων.



**Εικόνα 3.71** Γράφημα των πραγματικών και των προβλεπόμενων τιμών της παραμέτρου pH καθώς επίσης του κάτω (LCL) και άνω άκρου (UCL) του 95% διαστήματος εμπιστοσύνης.

## Κεφάλαιο 4

### Συζήτηση

---

Το Υπουργείο Γεωργίας από το 1971, άρχισε το «Πρόγραμμα εκτέλεσης ελέγχου ποιότητας αρδευτικών υδάτων» στα μεγάλα ποτάμια της Βόρειας Ελλάδας. Έξι από τους σταθμούς μετρήσεων στα ποτάμια εντάχθηκαν στις Κοινοτικές Οδηγίες 77/795, 81/856 και 86/574 «περί ανταλλαγής πληροφοριών για την ποιότητα των επιφανειακών νερών στην Κοινότητα» (Ευρωπαϊκή Επιτροπή, 1994), ενώ και άλλοι φορείς, όπως το Υ.ΠΕ.ΧΩ.Δ.Ε. η ΔΕΗ κ.α., εγκατέστησαν άλλους σταθμούς μέτρησης των ποσοτικών και ποιοτικών παραμέτρων των επιφανειακών υδάτων.

Η περιοχή στην οποία αναφέρεται η παρούσα εργασία είναι ο Πηνειός ποταμός. Μετρήσεις για την ποιότητα των υδάτων του ποταμού υπάρχουν από τους εξής σταθμούς: Υδατόπυργου Δ. Λαρίσης, γέφυρα Εφέντη – Κεραμίδι, γέφυρα Τρικάλων – Καρδίτσας, γέφυρα Τρικάλων – Πύλης (Καραβόπορο), γέφυρα του ΟΣΕ, θέση Γόννοι και Πυργετός. Επιλέχθηκαν οι σταθμοί Πυργετού και Υδατόπυργου, διότι παρουσιάζουν υψηλή συσχέτιση ( $r=0,9753$ ) και ο σταθμός Πυργετού βρίσκεται κοντά στο δέλτα του ποταμού και συνεπώς δίνει καλύτερη εικόνα της ρύπανσής του. Οι καταγεγραμμένες μετρήσεις πάρθηκαν από το τέως Υπουργείο Γεωργίας και αφορούν τα έτη 1980 έως 1995.

Οι παράμετροι που μελετήθηκαν είναι: η παροχή (Q), η ηλεκτρική αγωγιμότητα (EC), η ενεργός οξύτητα (PH), η συγκέντρωση του διαλυμένου οξυγόνου (DO), η συγκέντρωση των νιτρικών ( $NO_3^-$ ), η συγκέντρωση του ολικού φωσφόρου (TP), η θερμοκρασία των υδάτων (T), το ποσοστό κορεσμού του διαλυμένου οξυγόνου (%) και τα αμμωνιακά ( $NH_3$ ).



Οι μετρήσεις κάθε παραμέτρου αποτελούν μια χρονοσειρά. Η ανάλυση χρονοσειρών απαιτεί να υπάρχουν παρατηρήσεις για όλο το χρονικό διάστημα στο οποίο αναφέρονται, προϋπόθεση η οποία έπρεπε να αντιμετωπιστεί, λόγω της ύπαρξης κενών στις μετρήσεις μας. Για τη συμπλήρωση των κενών χρησιμοποιήθηκαν δύο τρόποι: α) η εκτίμηση της ευθείας ελάχιστων τετραγώνων, μεταξύ των κοινών παρατηρήσεων των σταθμών Πυργετού και Υδατόπυργου β) η συμπλήρωση κάθε μιας των ελλειπουσών τιμών με τη μέση τιμή των τιμών που υπήρχαν.

Μετά τη συμπλήρωση των ελλειπουσών τιμών, ελέγξαμε την ύπαρξη αυτοσυσχετίσεων και με τη βοήθεια διαγραμμάτων και καταλλήλων ελέγχων, συμπεράναμε ότι τα δεδομένα παρουσιάζουν θετική αυτοσυσχέτιση, πράγμα το οποίο μας επέτρεψε να προσαρμόσουμε με τη βοήθεια του SPSS version 14.0, σε κάθε παράμετρο το καλύτερο ARIMA μοντέλο. Η επιλογή του μοντέλου έγινε σε τρία στάδια:

1. Διερεύνηση του μοντέλου
2. Εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου
3. Έλεγχος αποδοχής του μοντέλου

Η διερεύνηση του μοντέλου έγινε με τη βοήθεια των γραφημάτων των αυτοσυσχετίσεων και των μερικών αυτοσυσχετίσεων. Ο έλεγχος σημαντικότητας των παραμέτρων βοήθησε στην επιλογή των παραμέτρων που θα συμμετέχουν στο μοντέλο και τέλος η αποδοχή του μοντέλου έγινε ελέγχοντας τα σφάλματα αν είναι ασυσχέτιστα (γράφημα αυτοσυσχετίσεων των σφαλμάτων) και αν ακολουθούν κανονική κατανομή (test Kolmogorov-Smirnov, Q-Q plot).

**Πίνακας 4.1:** Συγκεντρωτικός πίνακας των μοντέλων των παραμέτρων

Παράμετροι	Μοντέλα	Μετασχηματισμός	Υπάρχει τάση;	Υπάρχει εποχικότητα;	Αναλυτική μορφή
Ηλεκτρική αγωγιμότητα	ARIMA(0,0,2)		όχι	όχι	$y_t = 464,575 + e_t + 0,512e_{t-1} + 0,303e_{t-2}$
PH	ARIMA(1,1,1)		ναι	όχι	$y_t = 1,463y_{t-1} - 0,463y_{t-2} + e_t - 0,921e_{t-1}$
Θερμοκρασία	ARIMA(1,0,0)(0,1,1) <sub>12</sub>		ναι	ναι	$y_t = 0,317y_{t-1} + y_{t-12} - 0,317y_{t-13} + e_t - 0,849e_{t-12}$
Διαλυμένο οξυγόνο	ARIMA(1,1,0)		ναι	όχι	$y_t = 0,601y_{t-1} + 0,399y_{t-2} + e_t$
Ποσοστό κορεσμού	ARIMA(1,0,1)(0,1,1) <sub>12</sub>		ναι	ναι	$y_t = 0,801y_t - 1 + y_{t-12} - 0,801y_{t-13} + e_t - 0,507e_{t-1} - 0,718e_{t-12} + 0,364e_{t-13}$
Νιτρικά	ARIMA(0,0,1)		όχι	όχι	$y_t = 7,504 - 0,577e_{t-1} + e_t$
Αμμωνιακά	ARIMA(0,0,1)		όχι	όχι	$y_t = 0,080 + e_t + 0,263e_{t-1}$
Ολικός φωσφόρος	ARIMA(1,0,0)(1,0,1) <sub>12</sub>		όχι	ναι	$y_t = 0,279y_{t-1} - 0,951y_{t-12} + 0,265329y_{t-13} + 0,075 + e_t + 0,916e_{t-12}$
Παροχή Q	ARIMA(2,0,0)(0,1,1) <sub>12</sub>	lnQ	ναι	ναι	$y_t = \exp(0,265 \ln y_{t-1} + 0,182 \ln y_{t-2} + \ln y_{t-12} - 0,265 \ln y_{t-13} - 0,182 \ln y_{t-14} + e_t - 0,767e_{t-12})$

Τα μοντέλα στα οποία καταλήξαμε για κάθε μια παράμετρο, παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1, όπου αναγράφεται η συμβολική και η αναλυτική τους έκφραση, καθώς και κάποιες βασικές ιδιότητες τους.

Διερευνήθηκε με τη βοήθεια προσαρμογής ευθείας ελαχίστων τετραγώνων και έλεγχο της κλίσης της ευθείας, το μέγεθος και το είδος (θετική ή αρνητική) της τάσης των παραμέτρων pH, θερμοκρασία, συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου, ποσοστό κορεσμού και παροχή. Ο έλεγχος της γραμμικής τάσης δείχνει τη μελλοντική συμπεριφορά της παραμέτρου, πράγμα που βοηθά στο σχεδιασμό μελλοντικών προγραμμάτων.

Κάθε παράμετρος μπορεί να επηρεάζει και να επηρεάζεται από άλλες παραμέτρους θετικά ή αρνητικά. Έτσι αναζητήθηκαν οι συσχετίσεις μεταξύ των εννέα παραμέτρων που αναλύθηκαν στην παρούσα εργασία. Θετικά συσχετισμένες βρέθηκαν οι παράμετροι: παροχή – νιτρικά ( $r = 0,163$ ), ηλεκτρική αγωγιμότητα – pH ( $r = 0,278$ ), ηλεκτρική αγωγιμότητα – διαλυμένο οξυγόνο ( $r = 0,147$ ), ηλεκτρική αγωγιμότητα – νιτρικά ( $r = 0,493$ ), pH – νιτρικά ( $r = 0,162$ ), θερμοκρασία – ποσοστό κορεσμού ( $r = 0,234$ ), διαλυμένο οξυγόνο – ποσοστό κορεσμού ( $r = 0,496$ ), νιτρικά – pH ( $r = 0,162$ ). Αρνητικά συσχετισμένες βρέθηκαν οι παράμετροι: ηλεκτρική αγωγιμότητα – θερμοκρασία ( $r = -0,148$ ) και θερμοκρασία – διαλυμένο οξυγόνο ( $r = -0,346$ ). Όταν γνωρίζουμε τις συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων, και παρατηρήσουμε ή διαπιστώσουμε μια «αλλαγή» σε κάποια παράμετρο, αυτή η πληροφορία μπορεί να αξιοποιηθεί συνολικά και ταυτόχρονα για όλες τις παραμέτρους που συσχετίζονται με αυτή.

Τα στοχαστικά γραμμικά ARIMA μοντέλα, είναι κατεξοχήν μοντέλα πρόβλεψης. Η πρόβλεψη μας βοηθά να δημιουργήσουμε κατάλληλες συνθήκες για ένα μέλλον καλύτερο. Ουσιαστικά ξέροντας τις μελλοντικές τιμές και έχοντας ορίσει τις ανώτατες ανεκτές τιμές για κανονικές συνθήκες, μπορούμε να λάβουμε μέτρα

τέτοια ώστε να αποφύγουμε μελλοντικούς κινδύνους. Κλείνοντας την παρούσα εργασία συμπεριλάβαμε και ένα παράδειγμα χρήσης του ARIMA μοντέλου για πρόβλεψη και αξιολόγησης της πρόβλεψης, για τη μεταβλητή pH.

Τα τελευταία χρόνια στην Υδρολογία παρουσιάζεται έντονο ενδιαφέρον για χρήση ARIMA μοντέλων, νευρωνικών δικτύων και γενικά ανάλυση αυτόσυσχετισμένων παρατηρήσεων (χρονοσειρών). Απώτερος σκοπός όλης αυτής της προσπάθειας είναι η προστασία του περιβάλλοντος, η αποφυγή περιβαλλοντικών καταστροφών, ο σχεδιασμός αειφορικών προγραμμάτων για τη βελτίωση της ποιότητας των υδάτων και τέλος η μείωση της ρύπανσης. Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων θα πρέπει να υπάρχουν ακριβή και έγκυρα δεδομένα. Αυτό επιβάλλει την αύξηση του δικτύου των σταθμών, την ανελλιπή λήψη μετρήσεων σε τακτά χρονικά διαστήματα και την αυτοματοποίηση της καταγραφής. Μόνο έτσι έχοντας πλήρη δεδομένα οι ερευνητές θα μπορέσουν με χρήση στοχαστικών μοντέλων και άλλων μεθόδων της στατιστικής, να εξάγουν ασφαλή συμπεράσματα και να διατυπώσουν προτάσεις. Οι προτάσεις αυτές αποτελούν τη βάση του προγραμματισμού της ορθολογικής διαχείρισης των υδατικών πόρων.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ

Αντωνόπουλος Β. και Τσιούρης Σ. (1991). Σχέσεις παροχής και ποιοτικών παραμέτρων του νερού στον ποταμό Αξιο. Πρακτικά II Συνεδρ. Περιβαλλοντική Επιστήμη και Τεχνολογία, Μόλυβος σελ. 640-648.

Αντωνόπουλος Β. (2001). Ποιότητα και ρύπανση Υπόγειων Νερών. Εκδόσεις Ζήτη.

Αντωνόπουλος Β.Ζ., (2003). “Υδραυλική Περιβάλλοντος και ποιότητα Επιφανειακών Υδάτων”. Θεσσαλονίκη.

Αργυρόπουλος Δ.Σ. και Γκανούλης Ι.Γ. (1993). Ανάλυση Συσχέτισης Παραμέτρων Ποιότητας Νερών του Αξιού ποταμού. Τεχνικά χρονικά Α., 13 (4).

Γεράκης Π.Α. και Τσιούρης Σ. (1989-1990). Σημειώσεις Προστασίας Περιβάλλοντος. Έκδοση Έκδοση Υπηρεσία Δημοσιευμάτων Α.Π.Θ.

Εγχειρίδιο οδηγιών προγράμματος στατιστικής ανάλυσης SPSS Trends.

Κεραμίδας Β. (1990). Σημειώσεις του μαθήματος Γονιμότητας Εδαφών. Α.Π.Θ. Τμήμα Γεωπονίας Εργαστήριο Εδαφολογίας.

Κυριακίδης Ι. (2004). Εκτίμηση της φυσικοχημικής κατάστασης και των τάσεων μακροπρόθεσμης μεταβολής του καθεστώτος των επιφανειακών υδατικών συστημάτων της Ελλάδας με ανάλυση των δεδομένων του Υπουργείου Γεωργίας Λίμνες- Ποτάμια. Διπλωματική Μεταπτυχιακή Διατριβή. Α.Π.Θ. Τμήμα Γεωπονίας.

Μήτσιου Κ., Αντωνόπουλος Β. και Παπαμιχαήλ Δ.Μ. (1998). Στατιστική ανάλυση παραμέτρων της ποιότητας του νερού του ποταμού Στρυμόνα. Διπλωματική Μεταπτυχιακή Διατριβή. Α.Π.Θ. Τμήμα Γεωπονίας, Τομέας Εγγείων Βελτιώσεων.

Μιμίκου Μ.Α., 1990. “Τεχνολογία Υδατικών Πόρων”. Αθήνα.

Μουντράκης Δ. (1985). Γεωλογία της Ελλάδος.

Μουστάκα Μ. (1998). Παράγοντες που επηρεάζουν την ετήσια πορεία των παροχών του Πηνειού ποταμού της Θεσσαλίας. Διπλωματική Μεταπτυχιακή Διατριβή. Α.Π.Θ. Τμήμα Γεωλογίας.

Παπαζαφειρίου Ζ. και Αντωνόπουλος Β. (1991). Υδραυλική Περιβάλλοντος. Έκδοση Έκδοση Υπηρεσία Δημοσιευμάτων Α.Π.Θ.

Παπαμιχαήλ Δ.Μ., 2004. “Τεχνική Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων”. Θεσσαλονίκη.

Τσακίρης Γ., και Τζαβλάκη Κ., 1985. “Προσομοίωση της Εποχιακής Εξατμισοδιαπνοής”. Υδροτεχνικά - Πρακτικά δευτέρου Πανελληνίου Συνεδρίου της Υδροτεχνικής Ένωσης, σελ. 423-437.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΞΕΝΗ

- Antonopoulos V. and Papamichail D. (1991). Stochastic analysis of water quality parameters in streams. G. Tsakiris (ed.), *Advances in Water Resources Technology*, Balcema, Rotterdam, 369-376.
- Box G.E., and Jenkins G.M., (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden Day, London.
- Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C. (1994). *Time Series Analysis*. Prentice- Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Brockwell P., Daris R. (1996). *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer-Verlag New York Inc.
- Carbonel J.P. and Meybeck M. (1975). Quality variations of the Mekong river at Phnom Penh. Cambodia and chemical transport in the Mekong Basin. *Journal of Hydrology*, 27:249-265.
- Chaprs S.C. (1997). *Surface water-quality modeling*. McGraw-Hill, New York, 844pp. Feigin, A., I. Ravina and J. Shalhevet, 1991. *Irrigation with treated sewage effluent*. Springer-Verlag, Berlin, 224p.
- Edwards, A.M.C. (1973). The Variation of dissolved constituents with discharge in some Norfolk rivers. *Journal of Hydrology*, 18: 219-142.
- Eutrophication of Water: Monitoring, assessment and control*, 1982. Organization for Economic Co-operation and Development, Paris, France.
- Haan C.T., 1977. "Statistical Methods in Hydrology". The Iowa University Press, Ames, Iowa.
- Helsel D.R. and Hirsch R.M. (1992). *Statistical Methods in Water Resources*. Elsevier Science Publishers B.V., The Netherlands.
- Holder R.L. (1985). *Multiple regression in Hydrology*. Institute of Hydrology, Wallingford, 147p
- Kadri Y., Kurunc A., 2005 "Testing the residuals of an ARIMA Model on the Cekerek Stream Watershed in Turkey", *Turkish J. Eng. Env. Sci.* 29, 61-74.
- Kite G.W., 1977. "Frequency and Risk Analyses in Hydrology". Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.
- Meybeck M., Chapman D.V. and Helmer R. (1990). *Global Freshwater Quality – A first Assessment*. WHO and UNEB, B. Blackwell, ltd., U.K.
- Papamichail D.M. and Antonopoulos V.Z. (1998). Analysis of Vegoritis lake water balance deficit. *Proceedings of an International Conference*, Sani, July.

Pinol J., Avila A. and Roda F. (1992). The seasonal variation of streamwater chemistry in three forested Mediterranean catchments. *Journal of Hydrology*, 140: 119-141.

Psilovikos Ar., Margoni S. & Psilovikos Ant. (2006). Simulation and Trend Analysis of the Water Quality Monitoring Daily Data in Nestos River Delta. Contribution to the Sustainable Management and Results for the years 2000 – 2002. *Environmental Monitoring and Assessment*, Vol 116, No 1 – 3, pp 543 – 562.

Psilovikos Ar., Sapountzis M., Gitsakis N., and Dimou G., (2006). Time series Models Using Recurrence Analysis and Neural Networks. Accepted for presentation in the International Conference titled : First Conference on Environmental Management, Engineering, Planning and Economics (CEMEPE) 2007. Skiathos, 24 – 27 June, 2007

Rykiel Jr. (1996). Testing ecological models: the meaning of validation. *Journal of Ecological Modeling*, 90: 229-244.

Stednick J.D. (1991). *Widlaland Water Quality Sampling and Analysis*. Academic Press, Inc., San Diego.

U.S.EPA (1997). Technical Guidance annual for developing total maximum daily loads. Book 2: Streams and rivers, Part 1, EPA 823-B-97-002, U.S.EPA, Athens, USA.

Valencia D.J., and Schaake J.C., 1973. “Desegregation Processes in Stochastic Hydrology”. *Water Resour. Res.*, 9 (3): 580-585.

Wei W. (1994). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Addison –Wesley Publishing Company.

## ABSTRACT

The Greek Ministry of Rural development and Food (former Ministry of Agriculture) has developed over the last years, a system in order to monitor the quality of the surface inland waters of the country. The system contains many sampling stations of satisfactory geographic dispersion. The parameters are monitored on a monthly basis. The program began in year 1974, so that, to date there are accumulated a lot of data. In order to estimate the physical and chemical water conditions of 'Pinios' river, nine parameters have been chosen from the sampling stations of 'Ydatopirgos' and 'Pirgetos'. These are: the discharge (Q), the electric conductivity (EC), the active acidity (PH), the concentration of dissolved oxygen (DO), the concentration of nitrics ( $NO_3^-$ ), the concentration of the total phosphorus (TP), the water temperature (T), the rate of saturation of dissolved oxygen (%) and the ammoniac ( $NH_3$ ). The above parameters are determined in directive 2000 of the European Parliament and the Council for the quality of waters in the European Union.

The ARIMA linear models of time series analysis are fitted to the mentioned parameters. The data missing values are completed and suitable models are estimated using the Box and Jenkins method. The model adequacy was checked with Kolmogorov-Smirnov test (K-S test), Q-Q plot and the Ljung-Box test. Also, a trend test was performed based on the slope of the regression line fitted to each the parameter. Significant correlations among the parameters were found. For one parameter the estimated model was used for prediction.

The first chapter includes all the bibliography that is reported in the use of ARIMA models in the hydrology. Also, general characteristics of quality and parameters of water are described.



In the second chapter, the region of the study is described, the model parameters are extensively presented, the theory of ARIMA models is discussed and finally the SPSS statistical package that is used in this analysis is briefly presented.

In chapter three, the steps for the development of the model are presented (identification, estimation, diagnosis), for each parameter. The presence of significant trend is tested, the correlations among the parameters are estimated and finally an example of prediction is given, based on the fitted model.

Finally, the results from the analysis of the time series parameters of Pinios river are reported and discussed.

**Keywords:** Water quality ARIMA models, Time Series, statistical analysis, water quality parameters.